

## &lt;連載：PIDの基本，チューニング則，PIDベースの高度制御&gt;

## 第1回 PID制御

PID Control

須田信英\*

大阪大学 名誉教授

Nobuhide Suda

## 1 はじめに

## 1.1 制御とはどういうものか

制御とは、対象となる装置、機器、現象などに対して、それがわれわれの目的にかなった適切な動作をするように、しかるべき操作を加えて調整管理を行うことである。

自動車が目的地に向かって、安全に、快適に走るように、ハンドル操作とアクセルやブレーキによる速度調節を行うのは、制御の一例である。

タンク内の液体を所定の温度に保つために、ヒータによって加熱するのも、制御のもう一つの例である。

こういう身近な例だけでなく、世の中には制御が広く応用されている。実際、制御と全く縁のない装置、機器の例を探すのはむずかしい。じっと立っているだけのように見える建造物でも、地震や風による振動を検知して、それを抑えるように力を加える制御が研究されており、高層ビルや長大橋への適用例がある。

宇宙空間での衛星の姿勢制御、スペースシャトルの着陸の制御、ハードディスクのような情報処理機器で要求される高精度の位置決めなど、さまざまな先端技術も高度の制御をともなってはじめて所望の性能が実現される。ロボットに動作の制御が必須であるのはいうまでもない。化学反応、熱処理、発電などのプラントでは、関連する温度、圧力、流量、液位、成分などを適切に制御する必要がある。大規模な化学プラントでは、こういう制御が何百件も装備されている例も少なくない。鋼板などの圧延プラントでは板厚や板幅を精密に制御して製品の付加価値を高めている。こうして工学のほとんどの分野で制

御が応用されているほか、手術中の血圧を一定に保つなど、医療の分野でも応用される。

自動車の操縦のように人間が行う制御を手動制御という。制御が自動化されている場合を自動制御という。

先の例における自動車や液体を入れたタンクのように、制御の対象となる装置、機器などを制御対象という。制御対象に組み合わされて自動制御を行なう装置を制御装置と呼び、制御対象・制御装置などを系統的に組み合わせた全体を自動制御システムという。

制御対象に属する量のうちで制御目的を代表するものを制御量、その望ましい値を目標値、制御量を調節するために制御対象に加える量を操作量という。

自動車の進路の制御では、進行方向が制御量、行きたい方向が目標値、ハンドルの操作が操作量に相当している。

タンク内の液体温度の制御の例ならば、液体温度が制御量、その望ましい値が目標値、ヒータによる加熱量が操作量である。

目標値から制御量を引いた差、つまり制御量の希望の値と実際の値の差を偏差と呼ぶ。

制御対象に作用して、われわれの意図とは無関係に、制御量に影響を及ぼす外的作用が存在することも多い。自動車の進路に影響する横風、タンクの温度に影響する周囲の気温の変化などはその例である。これを外乱と呼ぶ。外乱は測定できるものもあるが、直接測定されていない場合も多い。

制御の目的は多岐にわたるが、この解説では二つの目的に焦点を合わせる。目標値が変化したので制御量をそれに追従させる目標値追従がその一つである。液体の温度をこれまでより上げたい(下げたい)から、加熱量を増す(減らす)などである。もう一つは、外乱が発生して

\*〒180-0013 武蔵野市西久保 1-44-15

TEL&amp;FAX:0422-54-6624

E-mail:nsuda@gakushikai.jp

そのままでは制御量が目標値からずれてしまうから、操作量で外乱の効果を抑制する外乱効果の抑制である。周囲の気温が上がって（下がって）そのままではタンク内の液体の温度も上がる（下がる）から、加熱量を減らす（増す）などである。

制御装置において、制御に必要な信号を取り出すセンサの部分を検出部、操作量を発生して制御対象に働きかけるアクチュエータの部分进行操作部という。検出部から得られる信号を観測量と呼んでおく。観測量は本来の信号に加えて、測定の際にノイズが混入している場合もある。

制御に際して利用できる信号は、目標値と観測量である。もし外乱の一部に直接測定できるものがあれば、それも観測量に含める。制御装置において、これらの利用可能な信号から、制御システムが適切な挙動をするように、何らかの演算によって、しかるべき操作量を決定する部分を調節部という。調節部は補償器、補償要素、制御器、コントローラなどの名称で呼ばれることもある。最近では補償器と呼ぶことが多い。

自動車の運転などのような手動制御と対比してみると、検出部は人間の感覚に、操作部は手足の動作に、調節部は頭脳にたとえられよう。

前述の定義に基づいて、自動制御システムの一般的な構成を模式的に図示すると、Fig.1 のようになる。

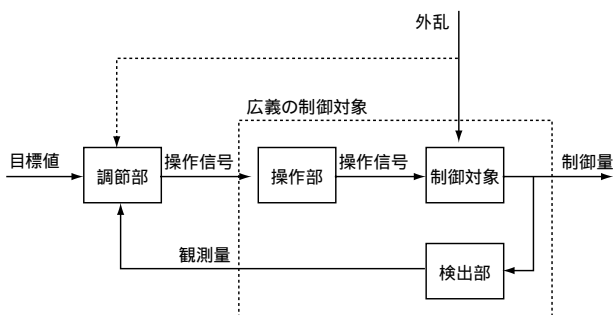


Fig.1 自動制御システムの構成 Structure of Automatic Control System

制御問題を考えるに際して、制御対象はすでに確定したものと与えられる場合がほとんどである。検出部と操作部も、上の例では温度センサと加熱器であり、ロボットなどの位置制御ならば位置センサと駆動用モータというように、制御の対象によって使用する機器は定まり、したがってその性能も決まってしまう。そこで Fig.1 の破線で囲った部分、すなわち制御対象、検出部、操作部をひとまとめにしたものを、以下では広義の制御対象と呼び、制御問題においては与えられた境界条件とみな

すことにする。厳密にいうと、広義の制御対象の入力は操作部に指令を与える操作信号であり、出力は検出部から得られる観測量であるが、記述を簡単にするために前者を操作量、後者を制御量と呼ぶことも多い。温度制御の例であれば、ヒータに与える加熱量調節指令の電気信号を操作すると、熱電対などの温度計から得られる電気信号が変化するのであるが、それを簡単に加熱量を操作すると温度が変化するというように表現するのである。

Fig.1 の調節部は、先に頭脳にたとえたとおり、目標値と観測量から、何らかの演算によって適切な操作量を決定する役割をもっている。その演算方式を制御則という。与えられた制御対象に対して、なるべくよい制御則を見出して望ましい動作を実現することが制御理論の課題であり、これを制御システムの設計あるいは簡潔に制御系設計という。設計ということばを用いるが、機械設計などのように機器の構造、寸法、材料などを選定することではなく、制御則つまり制御のアルゴリズムの選定がその内容である。

自動車運転の初心者が、左へ寄ったのであわてて右へ急ハンドルを切り、しばらくすると右を向くからまたあわてて左へ急ハンドルを切るということを繰り返すと、自動車は蛇行を始めてしまうことがある。これは進路のずれという観測量に対して、ハンドル操作という操作量を、どのように対応させればよいかという、適切な制御則を体得していないからである。これからもわかるとおり、制御においては適切な制御則を選定することが極めて重要なのである。

## 1.2 フィードフォワード制御とフィードバック制御

風呂を沸かすとき、この季節にこの火力で何分間炊けば適温になるはずだという、事前の判断に基づいてタイマーをセットし、タイマーが鳴ったら消すのはひとつのやり方である。

このような、予め定めた判断に基づく制御を、フィードフォワード制御 (feedforward control) という。この場合、判断、消火の操作、加熱の停止とそれによる温度上昇の停止という、原因と結果の系列において、作用は常に一方に伝達されている。つまり

判断 → 操作 → その結果

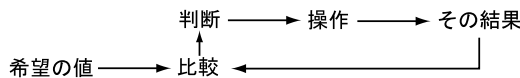
と表せる。そこで、作用を前向きに (forward) 送る (feed) 制御というのである。

フィードフォワード制御は簡単であるし、事前の判断が正確であればよい結果が得られる。しかし風呂の例で

例えば、何かの理由でガスの火力がふつうより強かったり、弱かったり、あるいはその季節にしては異例の暑い日や寒い日であったりすると、うまくいかない。このように予想と異なる状況に対して適応できないのが欠点である。

風呂を沸かすのに、もう一つの方法は、湯温のセンサを設置して、適温になったときガスを止めるやり方である。これだと、ガスの火力や天候に左右されず、適温に沸かせるし、風呂が沸いたのち時間がたっても、冷めないうで適温に保つこともできる。

この場合には、湯温を希望の温度と比較して操作しているから、結果である温度の変化がもとへ戻って原因である判断に影響を与えている。図示すれば



となっている。これをフィードバック制御 (feedback control) という。作用をもとの方へ (back) 送る (feed) 制御の意味である。しかし、フィードバック制御といっても、フィードバックだけがあるわけではなく、上の図に示すとおり、前向きの作用伝達はもちろん行われている。フィードフォワードにフィードバックをつけ加えることにより、作用の伝達がループをなして循環している制御というのが正確である。

フィードバック制御の方は、結果をみて判断を修正するのであるから、予想されない事態に対してもかなりの程度まで対応が可能である。しかし結果がでてから修正することによる遅れが出がちなのが欠点である。

自動車の運転を考えてみよう。道路が曲がっているときに、自動車が車線の中心からずれたという結果をみてから、初めてハンドルを切るフィードバック制御のみに頼ることはしないであろう。道路の曲がり具合に合わせた適当なハンドル操作を考えて、それを適用するフィードフォワード制御がふつうである。しかしそれだけでは、路面の状況とか積み荷の量などによって、ずれを生じることもあるからフィードバック制御も併用している。同じハンドル操作でも、強風で流されそうになったときに、進路のずれを検知して修正するのは専らフィードバック制御である。

このように、フィードフォワード制御とフィードバック制御とは、それぞれの特色を生かして、使い分けたり、併用したりするべきものである。のちに述べる2自由度制御はこの考え方に基づいている。

### 1.3 システムとその動特性

システムとは、対象とする装置、機器、現象、あるいはそれらの集合体を、それを取り巻く外界と区別した一つのまとまりと認識し、外界からの作用に対してどういう作用あるいは信号を外界に送り出すかという、外界との相互作用における機能、はたらくに注目する立場である。外界からの作用をシステムの入力、それによって外界へ送り出される作用あるいは信号をシステムの出力という。入力と出力の間に成り立つ関係を、そのシステムの入出力特性という。入力は刺激で、出力はその刺激に対するシステムの反応と見なせるので、ある入力に対する出力をその入力に対する応答という言葉で表すことも多い。

タンク内の液温制御の例では、制御対象は加熱量を入力、液体温度を出力とするシステムと捉えられる。実用規模の制御対象はもっとずっと多数の機器、装置が組み合わせられた複雑なシステムである。

制御対象だけでなく、操作部、検出部、そして調節部も、それぞれの機能に注目すれば、システムと認識される。これらのシステムが、Fig.1に示すとおり、信号や作用の伝達によって結合されて、自動制御が遂行されるのであるが、その全体もまたひとつのシステムと見なされる。先に述べた「自動制御システム」という言葉はここに由来している。

ここで下手な運転がなぜ蛇行を生じるか考えてみよう。自動車は慣性を持っているから、ハンドルを右へ切っても、その効果は即刻進路の変更となって現れるわけではない。いくらか遅れて徐々に現れる。効果が現れるまでのこの遅れを的確に認識せず、思ったほど効果が現れないように錯覚して必要以上にハンドルを切るのが、失敗の原因である。

このことは制御の問題を考えるのには、左へ向く → ハンドルを右へ切る → 右へ戻るとか、加熱する → 温度が上がる → 放熱が増す → 温度が一定値に近づくというように、現象の因果関係をただ順番に並べて理解するのは不十分であって、効果の遅れを採り入れた記述が必要であることを示している。

遅れを考慮することは、進路や温度の時間的な推移に注目することであり、そういう変数の動きを考慮することであるから、動的なとらえ方という。それに対して時間的経過を問題にしない、あるいは問題にする必要がない場合を静的なとらえ方という。

システムが遅れを含み、入力と出力の時間的な推移に注目する必要があるとき、動的システムといい、その時

間的経過を表す特性を動特性とか、ダイナミクスという。システムが動的であることは、いいかえると現在の出力が現在の入力だけでは確定せず、過去から現在までの入力の積算効果で決まることである。たとえば、タンクの液位は現在の流量だけでは決まらず、液体の温度は現在の加熱量だけで決まるわけではない。未来の入力はどうかという、入力が原因でその結果として出力が決まるのであることを考えると、原因より先に結果が出るのは自然の因果性に反しており、未来の入力が現在の出力に影響することはない。

制御対象はいろいろな意味での慣性を持っているので、ほとんどの場合に動的システムである。調節部も、過去の状況を勘案して現在の操作量に反映するのが適切であるから、動的システムとして構成される。

動特性は、近似的にはあるが、数式によって表現できる。その表現形式には、微分方程式、重み関数、伝達関数、周波数応答などがあるが、詳しいことは省略し、のちに必要な範囲で簡単な例を示すにとどめる（文献 1 などを参照）

## 2 PID 制御則

### 2.1 比例制御（P 制御）

先に適切な制御則を選定することの重要性を指摘した。それならばどのような制御則が考えられるであろうか。

最も簡単な制御則は、操作量の変化を偏差に比例させることであろう。操作量は偏差を小さくするためのものであるから、僅かな偏差があれば操作量を少し変化させ、偏差が大きければ操作量も大幅に変化させるというのは、自然な着想といえる。式で表せば

$$\text{操作量の変化} = K_P \times \text{偏差}$$

となる。 $K_P$  は比例係数である。

この制御則は比例制御、あるいは比例という意味の‘proportional’の頭文字をとって P 制御と呼ばれる。

比例制御はどのような効果を持つか、ある仮想的な制御対象について、コンピュータ・シミュレーションを行った結果を Fig. 2 に示す。

ここで Fig.2 の見方を説明しておこう。これは、Fig.2 だけでなく、今後登場するほかのシミュレーション結果についても、共通することである。

Fig.2 は、ある時刻に階段（ステップ）状の外乱が加わった場合の制御量の応答を示すものである。また、外乱は操作量に加算される形で加わるとしている。外乱、た

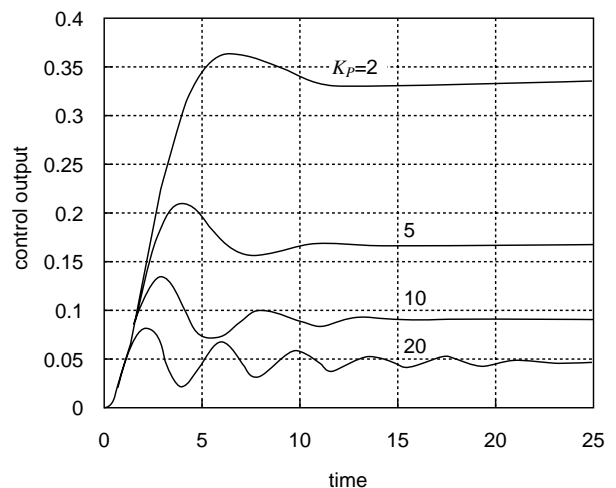


Fig.2 example of P control

えば周囲の温度が、ある瞬間にステップ状に突変するという想定はあまり現実的ではないし、外乱がいつでも操作量に加算される形で加わるわけではないが、シミュレーションによって制御則の良し悪しを相互比較する際の便宜的な方法として、これらの想定がしばしば採用される。同様に、目標値についてもステップ状の変化を想定したシミュレーションが行われる。

図の横軸は時間を表すが、その目盛りはある基準時間によって規格化したものであり、‘1’が1秒とか、1分とかを表すとは限らない。また、時刻‘0’は外乱が加わった時刻、目標値が変化した時刻を表している。

図の縦軸は、制御量や操作量を表す。制御では、制御量や操作量について、温度とか加熱量の実際の値でなく、ある基準値からのずれに注目することが多い。基準値としては、周囲の温度が一定で、一定の加熱のもとで、液体の温度も一定になっているというような、平衡（釣り合い）の状態を選ぶ。そこで、たとえば温度がマイナスだというのは、基準温度を下回っているという意味であり、氷点下に下がったということではないし、加熱量がマイナスというのは、基準加熱量を下回っていることで、加熱が冷却に変わったという意味ではない。さらに、そのずれもしかるべく規格化して表すことが多く、‘1’が温度1度とか、加熱量1キロワットとかを表すとは限らない。

さて Fig.2 に戻ろう。図中には比例係数  $K_P$  が記入してあるが、今の段階ではその数値にこだわる必要はなく、上の方では小さく、下へ行くほど大きいということに注目しておけばよい。

いずれの場合でも、制御量はある程度時間がたつと一定の値に落ち着いてしまい、基準値に戻らない。つまり

操作量が外乱の効果のうち消すことが出来ず、いつまでも偏差が残ってしまう。このような残留偏差のことを定常偏差と呼んでいる。

比例制御では定常偏差が避けられないことは容易にわかる。外乱はステップ状で持続的に加わっているから、操作量はそれをうち消すために一定の量を加え続けなくてはならない。しかし操作量は偏差に比例するのであるから、持続的に操作量を加え続けるためには、偏差も一定の量が存在し続けなくてはならない。つまり偏差を零にするためには偏差が零でないことが必要だという矛盾を含んでいるわけである。

Fig.2を見ると、比例係数  $K_P$  が大きいほど定常偏差は小さいことがわかる。これはこの例題だけでなく、一般的に成り立つ性質である（文献2の2.1.1節参照）その代わり比例係数  $K_P$  が大きくなるにつれ、制御量は振動的になっている。これも多くの場合に共通である。比例係数  $K_P$  が大きいことは僅かの偏差に対しても操作量を大幅に変化させることであり、自動車運転の急ハンドルに似ている。Fig.2には示さなかったが、比例係数  $K_P$  をもっと大きくすると、蛇行のような、振動現象が現れる。

## 2.2 積分制御 (I 制御)

定常偏差を除くために考えられる手段は、操作量の変化そのものではなく、変化速度を偏差に比例させることである。これならば、偏差が零になったとき、操作量は変化速度が零、つまりある一定値になって持続し、それが外乱の効果のうち消してくれることが期待される。制御則を式で表せば

$$\text{操作量の変化速度} = K_I \times \text{偏差}$$

となる。 $K_I$  は比例係数である。両辺を積分し、変化速度の積分が変化そのものに等しいことを考慮すると

$$\text{操作量の変化} = K_I \times \text{偏差の積分}$$

である。そこでこの制御則は積分制御、あるいは積分という意味の 'integral' の頭文字をとって I 制御と呼ばれる。

多少の理論的考察によって、積分制御を用いると、制御量や操作量が最終的に一定値に落ち着くならば、定常偏差は零になることがわかる。そこで、果たして一定値に落ち着くか、落ち着くとすればどのくらいの時間でほぼ一定になるかが問題である。前と同じ例題のシミュレーション結果を Fig.3 に示す。

Fig.3を見ると、比例係数  $K_I$  が小さいとき、偏差はどんどん大きくなって、なかなか戻ってこない (Fig.3で

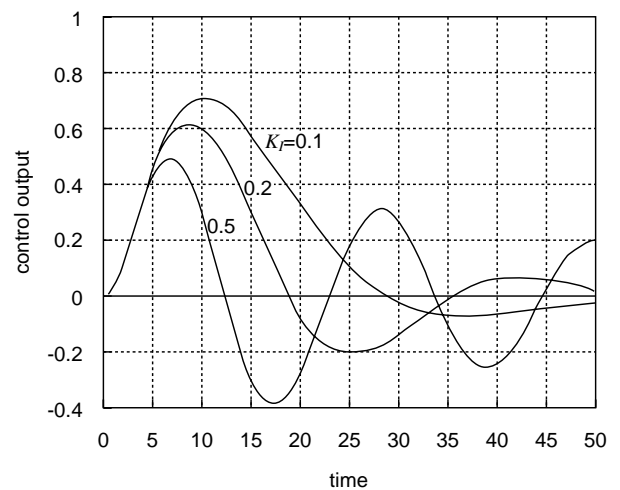


Fig.3 example of I control

は Fig.2 に比べて時間軸が圧縮されていることに注意) これは積分は偏差の蓄積量であり、初期には偏差そのものが大きくても、蓄積量としては少ない (空のタンクに水を汲みこむとき、流量は大きくても、初めのうちはタンク内にたまっている量が少ないのと同様である) ので、操作量の変化も少なく、偏差を零にしようとする修正動作があまり働かないことによる。

修正動作を大きくするには、比例係数  $K_I$  を大きくするのがひとつの手段である。Fig.3を見ると、偏差の回復はある程度早くなるが、偏差が零の状態をつきぬけて反対側に振れている。これも積分が蓄積量であることと関係しており、ひとたび蓄積量が増えたと急には元へ戻らない (満水のタンクで排水孔を開けてもすぐには空にならない) ためと考えられる。

## 2.3 比例・積分制御 (PI 制御)

これまでの結果を踏まえると、比例制御と積分制御を併用して、比例制御で初期対応を行い、積分制御で定常偏差を除去するという、比例・積分制御 (PI 制御) がよさそうに思われる。式で表すと

$$\text{操作量の変化} = K_P \times \text{偏差} + K_I \times \text{偏差の積分}$$

である。

同じ例題のシミュレーション結果を Fig.4 に示す。

Fig.2 の比例制御で、あまり振動せず、おとなしい挙動を示す  $K_P = 2$  の場合に積分制御を付け加えてみた。比例係数  $K_I$  が小さいと積分制御の効果が不十分で、偏差が零に近づくことは近づくものの、その近づき方が遅

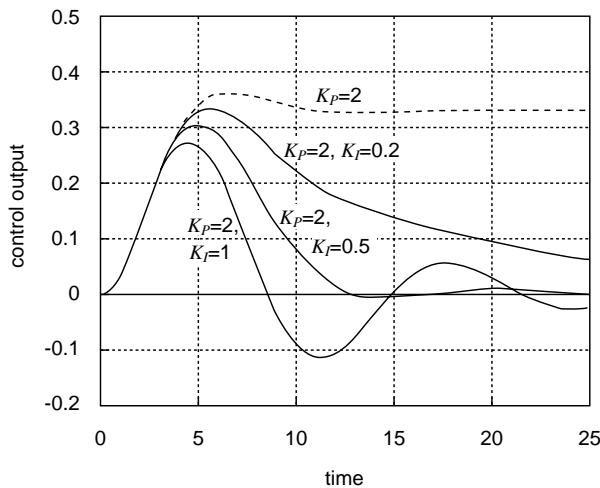


Fig.4 example of PI control

い、つまりある許容誤差範囲に収まるまでの所要時間が非常に長い。一方、比例係数  $K_I$  が大きすぎると、積分制御の影響が強すぎて、前節でも見られたような振動が現れる。中間の適当な値、この例では  $K_I = 0.5$  で、偏差は零に近づき、その所要時間も著しく長くはないという意味で、まずまず適度の制御が実現しており、比例と積分を併用するという着想は妥当であることを示唆している。

#### 2.4 比例・積分・微分制御 (PID 制御)

比例制御では、偏差がたとえばプラス 1 という値にあるとき、偏差が増加しつつあっても減少しつつあっても、同じ修正動作を加えることになる。考えてみると、偏差が増加しつつあるときは、修正動作は強めの方がよく、減少しつつあるときは、控えめの方がよいであろう。減少しつつあるときに強い修正をかけると、偏差が零をつきぬけてマイナス側に行ってしまう可能性もある。

そこで、偏差の増減の傾向も制御則の中に反映するのがよさそうである。増減の傾向を端的に表すのは、偏差曲線の勾配すなわち偏差の時間微分である。これを制御則に取り入れるのが比例・積分・微分制御であり、微分という意味の 'derivative' の頭文字を加えて PID 制御と呼ばれる。式で表すと

操作量の変化 =

$$K_P \times \text{偏差} + K_I \times \text{偏差の積分} + K_D \times \text{偏差の微分}$$

である。

同じ例題のシミュレーション結果を Fig.5 に示す。

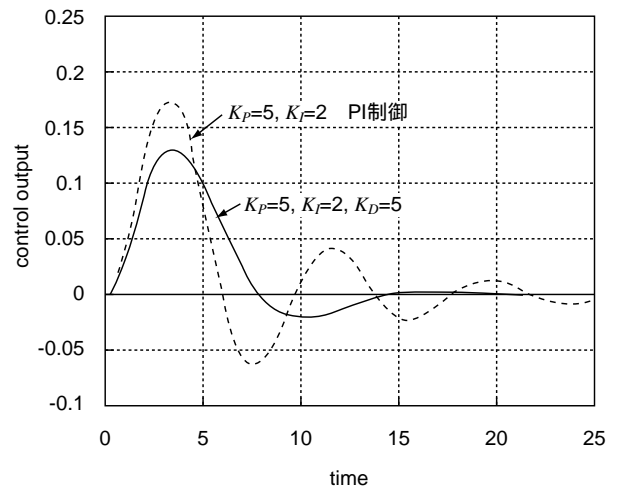


Fig.5 example of PID control

比例・積分制御だけであれば、図の破線のように振動を生じるケースで、適度の微分制御を加味すると実線のとおり、滑らかに偏差が零に近づくようになる。微分制御が振動を抑制する安定化効果をもつ一例である。Fig.4 の比例・積分制御と比べると、偏差のピーク値が半分以下に減少し、制御特性が改善されていることがわかる。

さて、この PID 制御が本解説の主題であるから、若干の補足説明を加えておこう。

簡単に微分制御といったが、本当の微分、微係数は信号の未来の値がわからなければ求められない。未来の値を利用するのは不可能だから、信号の過去と現在の値から推定する不完全微分を用いるしかない。しかしここでは原理の説明に重点を置くという立場から、不完全微分の詳細には立ち入らない (文献 2 の 3.2.1 節参照)

PID 制御は、左の式のとおり、三つの項からなっている。これらの項はそれぞれ比例動作、積分動作、微分動作または P 動作、I 動作、D 動作と呼んで区別される。前節の PI 制御は、PID 制御においてたまたま D 動作を含まない特別なケースと見ることが出来る。そこで PID 制御という言葉は、これまで述べた P 制御、I 制御、PI 制御や PD 制御などを含む総称としても用いられている。

操作量は  $u(t)$  で、偏差は  $e(t)$  で表すことが多い。もちろんどちらも時刻  $t$  の関数である。この記法によると PID 制御の制御則は

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

となる。これを次のように表すのが慣習となっている。

$$u(t) = K_P \left\{ e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right\}$$

ここで  $K_P$  は比例ゲインと呼ばれる。  $T_I$  と  $T_D$  とは時間の次元(ディメンジョン)をもつ量であり、それぞれ積分時間、微分時間と呼ばれる。その意味については文献2の1.2節を参照されたい。

PID制御の特色については文献2の1.4節で述べているが、そこにも記したとおり、「歴史が長く、しかも現在生きつづけており、示唆に富んでいるという意味において、PID制御は制御系設計の原点ともいえよう。もとよりこれが制御系設計のすべてではなく、つねに最善であるわけでもないが、PID制御について知ることは設計論の出発点として十分意義のあることと考えられる」のである。

PID制御という言葉が定着しているが、積分動作は過去の偏差の累積値、比例動作は現在の偏差の値、微分動作は未来の偏差の(不完全ながら)予測値を、操作量の

決定に反映していることを考えると、過去・現在・未来という順番、すなわちIPD制御と呼ぶ方がよさそうにも思える。実際、IPDの順に考察すると理解しやすい場面もある。しかしやはり慣習に従って、PID制御と呼んでおく。

さて、このPID制御を採用することにすれば、制御系の設計は三つのパラメータ、比例ゲイン  $K_P$ 、積分時間  $T_I$ 、微分時間  $T_D$  の値を決めることに集約される。これをPID制御の調整(チューニング, tuning)という。チューニングのガイドラインが次のテーマである。

#### [参考文献]

- 1) 須田信英 自動制御 朝倉書店 2000
- 2) 須田信英ほか PID制御 朝倉書店 1992

#### 訂正とお詫び

前連載欄, EICA Vol8, No.1 (2003)「第3回 流入水分画とキャリブレーション」の記事中に誤りがありましたので, 下記に訂正しお詫び申し上げます。  
場所: EICA Vol8, No.1 p64 左段下から5行目および右段 Fig.3 中の式

誤:  $BOD_{tot} = BOD_t / (1 - \exp(k_{BOD} \cdot t))$

正:  $BOD_{tot} = BOD_t / (1 - \exp(-k_{BOD} \cdot t))$