

## <論文>

# 論理式から不等式へのあらたな関連付けを用いた セメントロータリーキルンの MLD モデリング

稲津和喜<sup>1</sup> 松尾誠治<sup>2</sup>

<sup>1</sup>住友大阪セメント(株) 生産技術部 技術 Gr.(〒102-8465 東京都千代田区六番町 6-28 E-mail: kinatsu@sits.soc.co.jp)

<sup>2</sup>東京大学地球システム工学専攻(\*〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1 E-mail: matsuo@geosys.t.u-tokyo.ac.jp)

### 概要

多様な廃棄物を積極的に受け入れるセメントロータリーキルンは、放射伝熱の作用が支配的となる円筒型向流型熱交換器プロセスの一種で、原料の昇温過程と並行してセメントクリンカーの生成反応や燃料の燃焼反応が発生する複雑な振る舞いを示す。本報では温度領域により原料昇温過程が変化するこのプロセスに対し、ハイブリッドモデリングのひとつである MLD システムを用いたモデル化を行うことでプロセス全体の包括的な制御を可能とする単一線形モデルの記述を試みた。モデル化においては、先ず補助離散変数と状態量との関連付けにおいて、離散補助変数と非線形項の分割で生じた小領域を1対1で対応させる方法を提案した。これにより、従来の非線形項を構成する変数毎に区分分けする方法に比べ、簡素化された関連付けとラグ変数及び不等式制約式数が低減された当該プロセスの MLD モデル化が可能になった。また、評価関数を最小化する制御入力を求める混合整数 2 次計画問題(MIQP)への帰結も同時に可能とした。構築された MLD モデルによる応答曲線では、原料温度の昇温速度の急激な変化が再現でき、単一の線形等式と不等式制約の組み合わせからなるこのモデル化が今後プロセス全体の包括的な制御に有効であることが示唆された。

キーワード: MLD モデル、セメント焼成プロセス、ハイブリッドシステム、MIQP

## 1. はじめに

セメントロータリーキルンは、調合された原料を焼成しクリンカー鉱物(塊状物)を製造するための円筒状の設備で、その回転に伴う原料移動・攪拌プロセス、微粉炭の燃焼反応プロセス、燃焼ガス・原料・キルン内張耐火物間の伝熱プロセス、クリンカー生成反応プロセス等が複合された極めて複雑な振る舞いを示すプロセスである<sup>1,2)</sup>。このようなプロセスでは、ある平衡点近傍で線形化されたモデルやそこで設計されたコントローラーは通常操業ポイント付近では成り立つが、外乱により操業ポイントから大きく外れた場合の復帰やキルンの火入れ立ち上げ時ではその適用が困難となる。近年、このような非線形性の強いプロセスに対し、連続的なダイナミクスと不連続な状態を統一的に扱う枠組み、すなわち、ハイブリッドシステムによるモデル化および制御系の設計が種々検討されている。

本報では温度領域により原料昇温過程が変化する当該プロセスに対し、ハイブリッドモデリングの一つである MLD (Mixed Logical Dynamics)システムを用いたモデル化を実施し、プロセス全体の包括的な制御を可能とする単一の線形等式と不等式制約を組み合わせたモデルの記述を試みた。一般にこのモデル化では厳密なモデル解を得るためにモデル区分を細かくとると、モデルの状態量と補助変数との関連付けの際に定義する不等式制約条件数が膨大になるなどの問題が生じる。そこで、モデル化においては、先ず補助離散変数と状態量との関連付けに対し、離散補助変数と非線形項

の分割で生じた小領域を1対1で対応させる方法を提案した。これにより、ラグ変数や不等式制約式の数の低減され、それらの関連を用いた当該プロセスの MLD モデル化が実現できる。

## 2. MLD モデルについて

MLD システムは、論理記述を含んだ動的システムの表現で、その定式化では、論理式を線形不等式で表現することが特徴である<sup>1)</sup>。一例として区分ごとに線形化された(1)式のモデルに対する MLD モデルを構築する。この場合、 $x(k)$  の条件により場合分けが行われているため、全空間を一括して扱うことで制御系を設計することはできない。そこで、 $x(k)$  の符号に 2 値補助離散変数  $\delta(k)$  を用い(2)式のような関連付けを行うと、(1)式は(3)式のような単一式に書き換えられる。さらに、 $x(k)$  と  $\delta(k)$  に対し連続補助変数  $z(k)$  を用い(4)式のように関連付けを行うことで、(3)式は(5)式のような線形等式表現で記述できる。この導出の際に関連付けた(2)式及び(5)式は、それぞれ(6),(7)式のような不等式制約式群として記述される。

$$\begin{cases} x(k+1) = A_1 x(k) + Bu(k) & (\text{if } x(k) \geq 0) \\ x(k+1) = A_2 x(k) + Bu(k) & (\text{if } x(k) < 0) \\ m \leq x(k) \leq M, \quad l \leq u(k) \leq k \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \delta(k) = 1 \Leftrightarrow x(k) \geq 0 \\ \delta(k) = 0 \Leftrightarrow x(k) < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$x(k+1) = (A_1 - A_2)\delta(k)x(k) + A_2 x(k) + Bu(k) \quad (3)$$

$$z(k) = x(k)\delta(k) \quad (4)$$

$$x(k+1) = (A_1 - A_2)z(k) + A_2x(k) + Bu(k) \quad (5)$$

$$\begin{cases} -m\delta(k) \leq x(k) - m \\ -(M + \varepsilon)\delta(k) \leq -x(k) - \varepsilon \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} z(k) \leq M\delta(k) \\ z(k) \geq m\delta(k) \\ z(k) \leq x(k) - m(1 - \delta(k)) \\ z(k) \geq x(k) - M(1 - \delta(k)) \end{cases} \quad (7)$$

このように、(1)式の場合分けを含むシステム方程式が、このモデル化により線形等式と線形不等式の組み合わせで記述される。構築された MLD モデルは、最終的に下記評価関数  $J$  を最小化する制御入力を求める混合整数 2 次計画問題 (Mixed Integer Quadratic Programming: MIQP) に適合される。

$$\begin{aligned} \min_{\{v_0^{T-1}, x_0\}} J(v_0^{T-1}, x_0) \triangleq \\ \sum_{t=0}^{T-1} \{ \|v(t) - v_e\|_{Q_1}^2 + \|\delta(k|t) - \delta_e\|_{Q_2}^2 + \|z(k|t) - z_e\|_{Q_3}^2 \\ + \|x(k|t) - x_e\|_{Q_4}^2 + \|y(k|t) - y_e\|_{Q_5}^2 \} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、

$$\text{subj.to} \begin{cases} x(T|t) = x_e \\ x(k+1|t) = Ax(k|t) + B_1v(k) + B_2\delta(k|t) + B_3z(k|t) \\ y(k|t) = Cx(k|t) + D_1v(k) + D_2\delta(k|t) + D_3z(k|t) \\ E_2\delta(k|t) + E_3z(k|t) \leq E_1v(k) + E_4x(k|t) + E_5 \end{cases} \quad (9)$$

### 3. セメントロータリーキルンの数学モデル

#### 3.1 離散ダイナミックモデル

今回の MLD モデル化では、著者らが既に提案した放射伝熱及びクリンカ生成反応を考慮したキルンダイナミックモデル<sup>2)</sup>を基にモデリングを実施した。以下その概要を述べる。

セメントクリンカーは、その生成までに原料の脱炭酸反応、 $C_2S$  (ビーライト) 生成反応、 $C_3S$  (エーライト) 生成反応が生じ、各反応の進行温度域が異なる (Fig.1)。また、プロセスが非常に高温下のため放射伝熱が支配的なことにより、ここではモンテカルロ法 (READ 法) を用いセメント原料・燃焼ガス・キルン耐火物間の放射伝熱量を評価しモデルに反映させた。さらに、クリンカ生成反応のうち  $C_2S$  生成 ( $2CaO + SiO_2 \rightarrow C_2S$ ) と  $C_3S$  生成 ( $C_2S + CaO \rightarrow C_3S$ ) については、反応物質の拡散速度が律速となる反応率の輸送方程式を導出した。これらの条件より、セメントキルンモデルの構成要素である原料、燃焼ガス、燃料 (微粉炭)、耐火物のマテリアルやエンタルピーに関する離散輸送方程式をまとめると (9) 式ようになる。その際、後のモデル化を考慮し原料昇温速度に関し以下の仮定のもと方程式を簡略化した。

- 1) クリンカ生成、石炭燃焼反応に寄与しない変数を除外。
- 2) キルン内原料嵩密度 (物質の質量をかき容積, すなわち真容積と気孔の和で除した数値) は一定とする。

- 3) 脱炭酸反応により発生する  $CO_2$  を無視する。
- 4) 微粉炭と燃焼ガスとの熱交換は非常に速く両者の温度は等しいと仮定。
- 5) 燃焼ガスと原料間の対流伝熱は放射伝熱と比較して微小であるので無視する。
- 6) 微粉炭、燃焼ガスのプロセスは原料のプロセスと比較して充分速いプロセスのため、ダイナミクスを無視してモデルを低次元化する。(後述)

Fig.2 は、このモデルにより得られるキルン出口の原料、 $C_2S$  (ビーライト)、及び  $C_3S$  (エーライト) に対する昇温過程の時間推移を示す。このように、原料温度が約 4000 秒後に昇温速度が急激に変化する様子が確認できる。

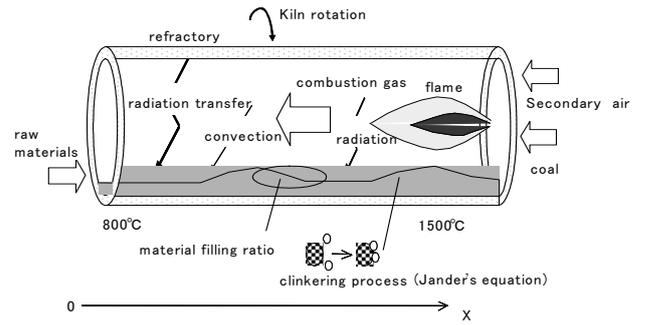


Fig.1 Schematic of cement rotary kiln process

$$x_1(k+1) = \mathbf{A}_1 x_1(k) + \mathbf{A}_2 rad(k) + \mathbf{B}_1 u_1(k) + \mathbf{r}_1(k) \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} rad(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} 1 \\ x_2(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$x_1(k) = \begin{bmatrix} A_m(k) \\ T_m(k) \\ \alpha(k) \\ \beta(k) \\ M_{cs}(k) \\ T_{r1}(k) \\ T_{r2}(k) \end{bmatrix}, u_1(k) = \begin{bmatrix} A_m(k) \\ T_m(k) \\ \alpha(k) \\ \beta(k) \\ M_{cs}(k) \end{bmatrix}, x_2(k) = \begin{bmatrix} T_m(k) \\ T_{r1}(k) \end{bmatrix}, x_3(k) = \begin{bmatrix} T_g(k) \\ \rho_g(k) \\ \rho_c(k) \\ Q_2(k) \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで、

$$\mathbf{r}_1(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\Delta H C_{e2s} \alpha_0}{C_{pm}} \cdot \mathbf{K}_{C_2S}(k) \cdot \alpha(k) + \frac{\Delta H C_{e3s} \beta_0}{C_{pm}} \cdot \mathbf{K}_{C_3S}(k) \cdot \beta(k) \\ + \frac{\Delta H C_{CaC_2}}{C_{pm}} \cdot \mathbf{K}_{CaC_2} \cdot M_{C_2G}(k) \\ \Delta \cdot \mathbf{K}_{C_2S}(k) \cdot \alpha(k) \\ \Delta \cdot \mathbf{K}_{C_3S}(k) \cdot \beta(k) \\ - \Delta \cdot \mathbf{K}_{C_2G}(k) \cdot M_{C_2G}(k) \\ 0 \\ \frac{2\Delta}{C_{pr} \rho_r A W_r} \cdot S_{rad}(k) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1-V_m \frac{\Delta t}{\Delta x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-V_m \frac{\Delta t}{\Delta x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-V_m \frac{\Delta t}{\Delta x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-V_m \frac{\Delta t}{\Delta x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-V_m \frac{\Delta t}{\Delta x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\frac{4k_r \Delta t}{C_{pr} \rho_r W_r} & \frac{4k_r \Delta t}{C_{pr} \rho_r W_r} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4k_r \Delta t}{C_{pr} \rho_r W_r} & 1-\frac{4k_r \Delta t}{C_{pr} \rho_r W_r} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_{pm} \rho_m A_{m-d}}{0} & 0 & \frac{C_{pm} \rho_m A_{m-d}}{0} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\Delta t}{C_{pr} \rho_r A_r W_r} & -\frac{2\Delta t}{C_{pr} \rho_r A_r W_r} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} V_m \frac{\Delta t}{\Delta x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_m \frac{\Delta t}{\Delta x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_m \frac{\Delta t}{\Delta x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_m \frac{\Delta t}{\Delta x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_m \frac{\Delta t}{\Delta x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$rad(k) = \begin{bmatrix} [1, -1, 0] \mathbf{R} d^T (\mathbf{I} - \alpha) \mathbf{K} [T_m^4(k), T_g^4(k), 0]^T \\ [0, -1, 1] \mathbf{R} d^T (\mathbf{I} - \alpha) \mathbf{K} [0, T_g^4(k), T_{r1}^4(k)]^T \\ [1, 0, -1] \mathbf{R} d^T (\mathbf{I} - \alpha) \mathbf{K} [T_m^4(k), 0, T_{r1}^4(k)]^T \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\alpha'(k) = \frac{3}{2} \cdot \frac{(1 - \alpha(k))^{2/3}}{1 - (1 - \alpha(k))^{1/3}} \quad (18)$$

$$\beta'(k) = \frac{3}{2} \cdot \frac{(1 - \beta(k))^{2/3}}{1 - (1 - \beta(k))^{1/3}} \quad (19)$$

$$S_{rad}(k) = \varepsilon_r \sigma A_r T_{r2}^4(k) \quad (20)$$

$$K_{CC3, C2S, C3S}(k) = A_{c,x,y} \exp\left(\frac{-E_{c,x,y}}{RT_m(k)}\right) \quad (21)$$

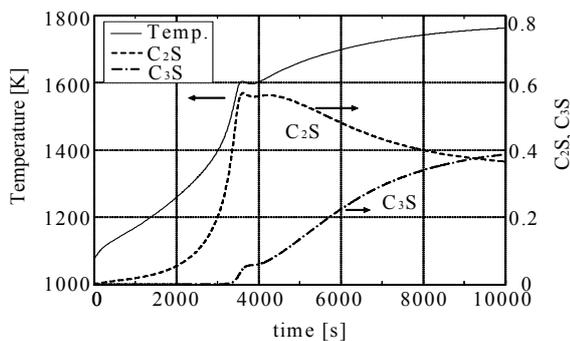


Fig.2 The response of the material temperature, C<sub>2</sub>S and C<sub>3</sub>S

このモデルで特に取り扱いが問題となるのが(13)式に含まれる以下3つの非線形項で、これらをM-T、α-T、β-T平面上に図示したのが Fig.3 である。これらの非線形項は、後のMLDモデル化で微小区間に区分分けされ線形化される。

$$K_{C_2S}(k) \cdot \alpha'(k), K_{C_3S}(k) \cdot \beta'(k), K_{CC_3}(k) \cdot M_{CC_3}(k) \quad (22)$$

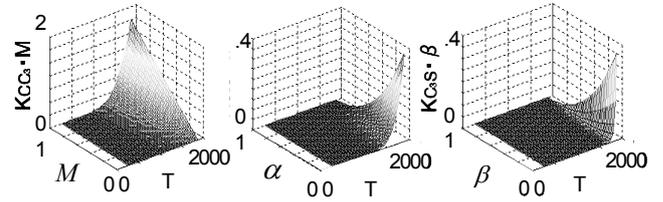


Fig.3 Non-linear termz M<sub>CC3</sub> K, α' K<sub>C2S</sub>, β' K<sub>C3S</sub>.

### 3.2 微粉炭プロセスのモデル次数の低減

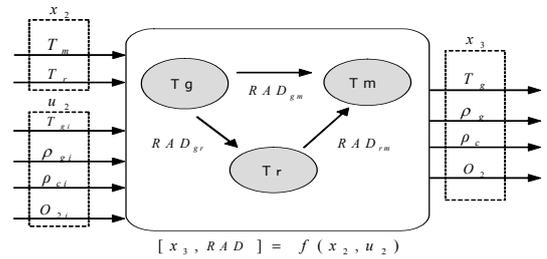


Fig.4 Dimension reduction in gas process model

微粉炭・燃焼ガスプロセスは原料プロセスと比較して充分速いプロセスであるため、MLDモデル化ではこのプロセスのダイナミクスを無視し線形代数方程式に近似することでモデルの低次元化を図った。すなわち、このプロセスのダイナミクスを示す(23)式の右辺変数で、原料温度や反応率に寄与しない ρ<sub>g1</sub>, O<sub>2i</sub> を定数とし、残りの T<sub>m</sub>, T<sub>r1</sub>, T<sub>g1</sub>, ρ<sub>g1</sub>, ρ<sub>ci</sub> を変動させ対応する平衡状態を求め、重回帰分析により(11)式の行列 G を求めた。

$$\frac{dx_3(t)}{dt} = f(T_g, \rho_g, \rho_c, O_2, T_m, T_{r1}, T_{g1}, \rho_{g1}, \rho_{ci}, O_{2i}) \quad (23)$$

$$= A_3 x_3(t) + A_4 rad(t) + B_2 u_2(t) + r_2(t)$$

Fig.5 は、微粉炭・燃焼ガスプロセスのダイナミクスを考慮した場合と代数方程式で近似した場合の燃焼ガス温度の過渡応答を示す。これより、わずかな重回帰分析の誤差が見られるものの全体として近似はほぼ妥当であると考えられる。

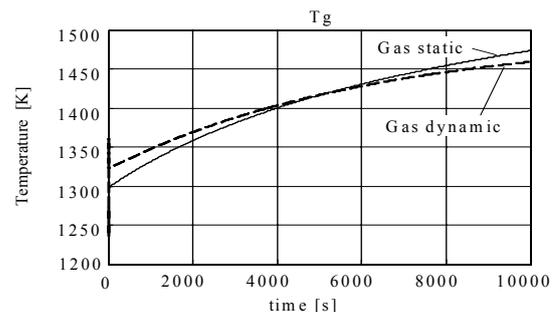


Fig.5 T<sub>g</sub> trend in case of gas dynamic and gas static

#### 4. 論理式から不等式へのあらたな関連付けの提案

MLD モデル化では、一般に(2)式のような関連付けの定義が複雑になるとその決定に試行錯誤を要し、また(6),(7)式に示すその関連付けに対する不等式制約条件の数が膨大になるなどの問題が生じる。ここでは、これらを改善すべくあらたな関連付けに対する提案を検討した。

##### 4.1 従来の MLD モデル化における問題

従来の MLD モデル化における問題を簡略化された例をもとに考える。Fig.6 は、変数  $X, Y$ 、2 変数  $X, Y$  で構成された非線形項  $Z=f(X, Y)$ 、さらに、幾つかの区分で構成された小領域を示し、その領域とフラグ変数との対応づけを考える。

なお、 $\delta X_0, \delta X_1, \delta X_2, \delta Y_0, \delta Y_1, \delta Y_2$  は各変数  $X, Y$  の小区分対応づけ、 $\delta Z_0, \delta Z_1, \dots, \delta Z_7$  は各領域の対応づけを示す。

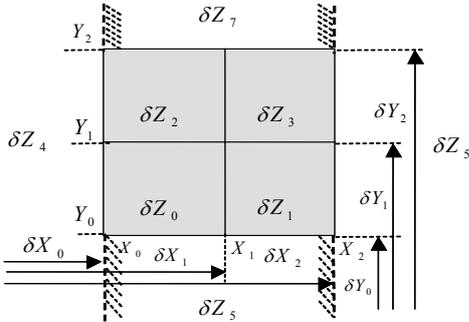


Fig.6 Sectioned XY plane and corresponded flag variables

$X, Y$  小区分の対応づけ条件が(24)式の場合、各領域との関連付けは、(25)式で定義される。

$$\begin{cases} X < X_n \Leftrightarrow \delta X_n \\ Y < Y_n \Leftrightarrow \delta Y_n \quad (n=0,1,2) \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} (\delta X_0=0, \delta X_1=1, \delta X_2=1) \text{ and } (\delta Y_0=0, \delta Y_1=1, \delta Y_2=1) \Leftrightarrow \delta Z_0=1 \\ (\delta X_0=0, \delta X_1=0, \delta X_2=1) \text{ and } (\delta Y_0=0, \delta Y_1=1, \delta Y_2=1) \Leftrightarrow \delta Z_1=1 \\ (\delta X_0=0, \delta X_1=1, \delta X_2=1) \text{ and } (\delta Y_0=0, \delta Y_1=0, \delta Y_2=1) \Leftrightarrow \delta Z_2=1 \\ (\delta X_0=0, \delta X_1=0, \delta X_2=1) \text{ and } (\delta Y_0=0, \delta Y_1=0, \delta Y_2=1) \Leftrightarrow \delta Z_3=1 \end{cases} \quad (25)$$

さらに、この関連付けに対する不等式条件は以下のようになり、その結果、フラグ変数の数が 10、制約式の数は  $X, Y$  小区分の対応づけ条件が 12、各領域の対応づけ条件が 28 の合計 40 式の制約条件が必要となる。

$$\begin{cases} X \leq \delta X_n \cdot (X_n - \varepsilon) + (1 - \delta X_n) X_{\max} \\ X \geq (1 - \delta X_n) X_n + \delta X_n \cdot X_{\min} \\ Y \leq \delta Y_n \cdot (Y_n - \varepsilon) + (1 - \delta Y_n) Y_{\max} \\ Y \geq (1 - \delta Y_n) Y_1 + \delta Y_n \cdot Y_{\min} \end{cases} \quad (n=0,1,2) \quad (26)$$

$$\begin{cases} \delta Z_n \leq 1 - \delta X_0 \\ \delta Z_n \leq 1 - \delta Y_0 \\ \delta Z_n \leq \delta X_2 \\ \delta Z_n \leq \delta Y_2 \\ \delta Z_n \geq 0 \end{cases} \quad (n=0,1,2,3) \quad (27)$$

$$\begin{cases} \delta Z_0 \leq 3 - \delta X_1 - \delta Y_1 \\ \delta Z_0 \geq -1 + \delta X_1 + \delta Y_1 \\ \delta Z_1 \leq 2 + \delta X_1 - \delta Y_1 \\ \delta Z_1 \geq -\delta X_1 + \delta Y_1 \\ \delta Z_2 \leq 2 - \delta X_1 + \delta Y_1 \\ \delta Z_2 \geq \delta X_1 - \delta Y_1 \\ \delta Z_3 \leq 1 + \delta X_1 + \delta Y_1 \\ \delta Z_3 \geq 1 - \delta X_1 - \delta Y_1 \end{cases} \quad (28)$$

##### 4.2 補助変数との関連付けのあらたな提案

次に、制約条件の数の低減などを目的としたあらたな関連付けについて考える。この場合、先ず各領域との関連付けには以下のように 0-1 補助変数と各領域を 1対1 で対応させる関係を考える。

$$\begin{cases} \delta Z_0=1 \Leftrightarrow (X \geq X_0) \text{ and } (X < X_1) \text{ and } (Y \geq Y_0) \text{ and } (Y < Y_1) \\ \delta Z_1=1 \Leftrightarrow (X \geq X_1) \text{ and } (X < X_2) \text{ and } (Y \geq Y_0) \text{ and } (Y < Y_1) \\ \delta Z_2=1 \Leftrightarrow (X \geq X_0) \text{ and } (X < X_1) \text{ and } (Y \geq Y_1) \text{ and } (Y < Y_2) \\ \delta Z_3=1 \Leftrightarrow (X \geq X_1) \text{ and } (X < X_2) \text{ and } (Y \geq Y_1) \text{ and } (Y < Y_2) \\ \delta Z_4=1 \Leftrightarrow (X < X_0) \\ \delta Z_5=1 \Leftrightarrow (X \geq X_2) \\ \delta Z_6=1 \Leftrightarrow (Y < Y_0) \text{ and } (X \geq X_0) \text{ and } (X < X_2) \\ \delta Z_7=1 \Leftrightarrow (Y \geq Y_2) \text{ and } (X \geq X_0) \text{ and } (X < X_2) \end{cases} \quad (29)$$

この関係に対する制約不等式の決定を上式の第1式を例に考える。この場合、左辺→右辺(a 式)及び右辺→左辺(b 式)の各関連付けに対する制約を考える必要がある。

$$\begin{cases} \delta Z_0=1 \rightarrow (X \geq X_0) \text{ and } (X < X_1) \text{ and } (Y \geq Y_0) \text{ and } (Y < Y_1) \text{ --a} \\ (X \geq X_0) \text{ and } (X < X_1) \text{ and } (Y \geq Y_0) \text{ and } (Y < Y_1) \rightarrow \delta Z_0=1 \text{ --b} \end{cases} \quad (30)$$

左辺→右辺(a 式)については、(31)式の不等式制約が成り立つ。一方、右辺→左辺(b 式)については、この式の対偶をとると(32)式のように右辺に<or>が現れるため制約不等式での表現に都合が悪い。そこで、各領域とフラグ変数を 1対1 に対応させるため b 式の代わりに a 式の対偶を考えると、

- ある領域に存在しない場合に対応するフラグ変数は 0 で決定すること
  - 存在する領域は唯一必ず存在すること
- に着目することで(33)式が導かれる。

$$\begin{cases} X \geq (1 - \delta Z_0) \cdot X_{\min} + \delta Z_0 \cdot X_0 \\ X \leq (1 - \delta Z_0) \cdot X_{\max} + \delta Z_0 \cdot (X_1 - \varepsilon) \\ Y \geq (1 - \delta Z_0) \cdot Y_{\min} + \delta Z_0 \cdot Y_0 \\ Y \leq (1 - \delta Z_0) \cdot Y_{\max} + \delta Z_0 \cdot (Y_1 - \varepsilon) \end{cases} \quad (31)$$

$$\delta Z_0=0 \rightarrow (X < X_0) \text{ or } (X \geq X_1) \text{ or } (Y < Y_0) \text{ and } (Y \geq Y_1) \quad (32)$$

$$\delta Z_0 + \delta Z_1 + \dots + \delta Z_7 = 1 \quad (33)$$

これにより、ある領域に存在した場合に対応するフラグ変数が1であることを決定できなくても、領域に”存在しない”場合に対応するフラグ変数が0であることから消去法的に1のフラグ変数を決定することができる。

この方法により、補助変数と各領域との関連付けが簡素化され、かつフラグ変数の数が8、各領域の対応づけ条件が25式となり、制約式の数が従来の手法(40式)より低減される。制約数の低減は、モデル化においては次数に制限されない厳密なモデル化を可能とする。

## 5. あらたな関連付けを用いた対象の MLD モデリング

### 5.1 MLD モデルの導出

提案した関連付けを用い、キルンプロセスに対する MLD モデル化を以下の手順に従い導出する。

#### A) モデル中の非線形項の区分分け

まず、Fig.3 に示した非線形項に対し以下の  $\alpha'$ KC<sub>2S</sub> 項の  $\alpha$ -T 平面プロットに示すように、領域  $\gamma_i$  を小三角形に区分分割しそれに対する近似線形化モデルを考える。

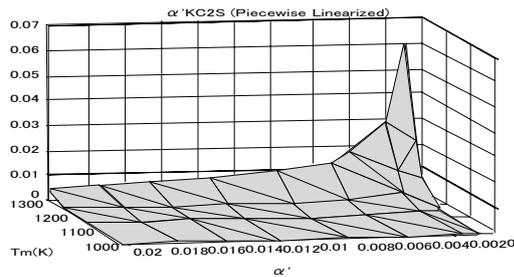


Fig.7 Approximation of nonlinear term  $\alpha'$ KC<sub>2S</sub> in Type B

ここでは、変数  $\alpha(k), T(k)$  が小三角形内の領域  $\gamma_i$  に存在する場合、これらの変数が(34)式または Fig.8 に示す3つの直線の範囲に含まれることを制約として考えることとした。すなわち、 $(\gamma_i(k) \rightarrow 1)$  のとき以下の範囲を満たしている。

$$(\gamma_i(k) \rightarrow 1) \Rightarrow \begin{cases} T_m(k) \geq T_{\gamma_i} \\ \alpha(k) \geq \alpha_{\gamma_i} \\ \alpha(k) \leq A_{\gamma_i} T_m(k) + B_{\gamma_i} \end{cases} \quad (34)$$

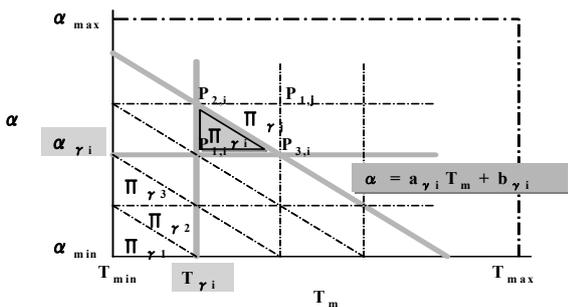


Fig.8 small triangle divisions

#### B) 区分ごとの局所線形モデルの構築

(11)式の左辺 rad を(10)式に代入することで、キルンへの原料投入量及び微粉炭投入量を操作量、キルン出口原料(クリンカ)温度を制御量とする線形モデルを求める。その際、簡略化のため操作変数のうち  $A_{mi}, \rho_{ci}$  以外は定数と考えた。

これを基底モデルと考え、さらに区分分けした小3角形に対する線形モデルを加えることで局所線形モデルを導出する。

#### C) 補助変数導入による単一の線形等式の導出

先に区分分けした小3角形の各領域に対し補助離散変数  $\gamma_n$  を割り当てた。Table1 にMLDモデルに使用する補助変数一覧を示す。これにより、基底モデルを含めたこのタイプの全体モデルは、(35)式の単一線形式および(36)~(40)式に示す各補助変数の関連付けにより記述される。

Table 1 0-1 discrete variables

		Supplementary Variables		Index of region	Number of regions
		Continuous	Discrete (0-1)		
Piecwisely linearized terms	$\alpha'K_{C2S}$	Z	$\gamma$	i	$N_\gamma$
	$\beta'K_{C3S}$	W	$\delta$	j	$N_\delta$
	$K_{CC3}, M_{CC3}$	V	$\zeta$	k	$N_\zeta$
	$Tr_2^4$	S	$\eta$	p	$N_\eta$
Discretized term	$A_m$	T	$\tau$	q	$N_\tau$

$$x(k+1) = [Ax(k) + Bu(k) + R] + \begin{bmatrix} B\gamma_i z_i(k) + B\delta_j w_j(k) + B\zeta_k v_k(k) + B\eta_p s_p(k) + B\tau_q t_q(k) \\ + \gamma_i(k)R\gamma_i + \delta_j(k)R\delta_j + \zeta_k(k)R\zeta_k + \eta_p(k)R\eta_p + \tau_q(k)R\tau_q \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$(i=1 \sim N_\gamma, j=1 \sim N_\delta, k=1 \sim N_\zeta, p=1 \sim N_\eta, q=1 \sim N)$$

< 関連付け >

$$\begin{cases} \gamma_i(k) = 1 \rightarrow (T_m(k) \geq T_{\gamma_i}) \wedge (\alpha(k) \geq \alpha_{\gamma_i}) \wedge (\alpha(k) \leq A_{\gamma_i} T_m(k) + B_{\gamma_i}) \\ \sum_{i=1}^{N_\gamma} \gamma_i(k) = 1 \\ \gamma_i(k) = 1 \rightarrow Z_i(k) = X(k) \\ \gamma_i(k) = 0 \rightarrow Z_i(k) = 0 \end{cases} \quad (36)$$

$$\begin{cases} \delta_j(k) = 1 \rightarrow (T_m(k) \geq T_{\delta_j}) \wedge (\beta(k) \geq \beta_{\delta_j}) \wedge (\beta(k) \leq A_{\delta_j} T_m(k) + B_{\delta_j}) \\ \sum_{j=1}^{N_\delta} \delta_j(k) = 1 \\ \delta_j(k) = 1 \rightarrow W_j(k) = X(k) \\ \delta_j(k) = 0 \rightarrow W_j(k) = 0 \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} \zeta_k(k) = 1 \rightarrow (T_m(k) \geq T_{\zeta_k}) \wedge (M_{CC3}(k) \geq M_{\zeta_k}) \wedge (M_{CC3}(k) \leq A_{\zeta_k} T_m(k) + B_{\zeta_k}) \\ \sum_{k=1}^{N_\zeta} \zeta_k(k) = 1 \\ \zeta_k(k) = 1 \rightarrow V_k(k) = X(k) \\ \zeta_k(k) = 0 \rightarrow V_k(k) = 0 \end{cases} \quad (38)$$

$$\begin{cases} \eta_p(k) = 1 \rightarrow (T_{r_2}(k) \geq T_{\eta_p}) \wedge (T_{r_2}(k) < T_{\eta_{p+1}}) \\ \sum_{p=1}^{N_\eta} \eta_p(k) = 1 \\ \eta_p(k) = 1 \rightarrow S_p(k) = X(k) \\ \eta_p(k) = 0 \rightarrow S_p(k) = 0 \end{cases} \quad (39)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{q,i} = 1 \rightarrow (A_m(k) \geq A\tau_q) \wedge (A_m(k) < A\tau_{q+1}) \\ \sum_{q=1}^{N_s} \tau_q(k) = 1 \\ \tau_q(k) = 1 \rightarrow T_q(k) = \mathbf{X}(k) \\ \tau_q(k) = 0 \rightarrow T_q(k) = \mathbf{0} \end{array} \right. \quad (40)$$

#### D) 不等式制約条件の導出及び MIQP 問題への帰結

次に、上記補助変数の関連付けに対応する制約式を定義する。その際、(8)式に示す MIQP 問題への帰結に関してもそれらの代入の複雑性を考慮し、ここでは同時に考慮することとした。

##### ① 状態方程式

初期状態から  $N^{\circ}$  ステップ先の状態量  $X_n(n=0 \sim N)$  を以下のように表現する。

$$\left\{ \begin{array}{l} X_t = \hat{\mathbf{A}} \cdot UU_t + \hat{\Phi} \cdot x_0 + \hat{\Psi} \cdot R \\ Y_t = \hat{\mathbf{C}} X_t \end{array} \right. \quad (41)$$

ただし、

$$\left. \begin{array}{l} UU_t = [U_t^T, Z_t^T, W_t^T, V_t^T, S_t^T, T_t^T, \gamma_t^T, \delta_t^T, \zeta_t^T, \eta_t^T, \tau_t^T]^T \\ \hat{\mathbf{A}}_n = [\hat{\mathbf{A}}_{n,0}, \hat{\mathbf{A}}_{n,1}, \hat{\mathbf{A}}_{n,2}, \hat{\mathbf{A}}_{n,3}, \hat{\mathbf{A}}_{n,4}, \hat{\mathbf{A}}_{n,5}, \hat{\mathbf{A}}_{n,6}, \hat{\mathbf{A}}_{n,7}, \hat{\mathbf{A}}_{n,8}, \hat{\mathbf{A}}_{n,9}, \hat{\mathbf{A}}_{n,10}] \\ \hat{\mathbf{A}} = [\hat{\mathbf{A}}_0^T, \hat{\mathbf{A}}_1^T, \dots, \hat{\mathbf{A}}_N^T]^T \\ \hat{\Phi} = [(\mathbf{A}^0)^T, (\mathbf{A}^1)^T, \dots, (\mathbf{A}^N)^T]^T \\ \hat{\Psi} = [(\mathbf{A}^{-1})^T, (\mathbf{A}^0)^T, \dots, (\mathbf{A}^{N-1})^T]^T \\ \hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{C} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \mathbf{0} & \mathbf{C} & \mathbf{0} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \{N \times N_x(N+1)\} \end{array} \right\} \quad (42)$$

$$\left. \begin{array}{l} X_t = [x_0^T, x_1^T \dots x_N^T]^T \\ U_t = [u_0^T, u_1^T \dots u_{N-1}^T]^T \\ Z_t = [z_{1,0}^T, z_{1,1}^T \dots z_{N\delta,0}^T, z_{N\delta,1}^T \dots z_{N\delta,N-1}^T]^T \\ W_t = [w_{1,0}^T, w_{1,1}^T \dots w_{N\delta,0}^T, w_{N\delta,1}^T \dots w_{N\delta,N-1}^T]^T \\ V_t = [v_{1,0}^T, v_{1,1}^T \dots v_{N\zeta,0}^T, v_{N\zeta,1}^T \dots v_{N\zeta,N-1}^T]^T \\ S_t = [s_{1,0}^T, s_{1,1}^T \dots s_{N\delta,0}^T, s_{N\delta,1}^T \dots s_{N\delta,N-1}^T]^T \\ T_t = [t_{1,0}^T, t_{1,1}^T \dots t_{N\delta,0}^T, t_{N\delta,1}^T \dots t_{N\delta,N-1}^T]^T \\ \gamma_t = [\gamma_{1,0}, \gamma_{1,1} \dots \gamma_{N\gamma,0}, \gamma_{N\gamma,1} \dots \gamma_{N\gamma,N}]^T \\ \delta_t = [\delta_{1,0}, \delta_{1,1} \dots \delta_{N\delta,0}, \delta_{N\delta,1} \dots \delta_{N\delta,N}]^T \\ \zeta_t = [\zeta_{1,0}, \zeta_{1,1} \dots \zeta_{N\zeta,0}, \zeta_{N\zeta,1} \dots \zeta_{N\zeta,N}]^T \\ \eta_t = [\eta_{1,0}, \eta_{1,1} \dots \eta_{N\eta,0}, \eta_{N\eta,1} \dots \eta_{N\eta,N}]^T \\ \tau_t = [\tau_{1,0}, \tau_{1,1} \dots \tau_{N\tau,0}, \tau_{N\tau,1} \dots \tau_{N\tau,N}]^T \end{array} \right\} \quad (43)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\mathbf{A}}U_n = [\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}, \mathbf{A}^{n-2}\mathbf{B}, \dots, \mathbf{A}^{n-N}\mathbf{B}] \\ \hat{\mathbf{A}}Z_n = [\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\gamma_1 \dots \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\gamma_{N\gamma}, \mathbf{A}^{n-2}\mathbf{B}\gamma_{N\gamma} \dots \mathbf{A}^{n-N}\mathbf{B}\gamma_{N\gamma}] \\ \hat{\mathbf{A}}W_n = [\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\delta_1 \dots \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\delta_{N\delta}, \mathbf{A}^{n-2}\mathbf{B}\delta_{N\delta} \dots \mathbf{A}^{n-N}\mathbf{B}\delta_{N\delta}] \\ \hat{\mathbf{A}}V_n = [\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\zeta_1 \dots \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\zeta_{N\zeta}, \mathbf{A}^{n-2}\mathbf{B}\zeta_{N\zeta} \dots \mathbf{A}^{n-N}\mathbf{B}\zeta_{N\zeta}] \\ \hat{\mathbf{A}}S_n = [\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\eta_1 \dots \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\eta_{N\eta}, \mathbf{A}^{n-2}\mathbf{B}\eta_{N\eta} \dots \mathbf{A}^{n-N}\mathbf{B}\eta_{N\eta}] \\ \hat{\mathbf{A}}T_n = [\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\tau_1 \dots \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\tau_{N\tau}, \mathbf{A}^{n-2}\mathbf{B}\tau_{N\tau} \dots \mathbf{A}^{n-N}\mathbf{B}\tau_{N\tau}] \\ \hat{\mathbf{A}}\gamma_n = [\mathbf{A}^{n-1}R\gamma_1 \dots \mathbf{A}^{n-1}R\gamma_{N\gamma}, \mathbf{A}^{n-2}R\gamma_{N\gamma} \dots \mathbf{A}^{n-N}R\gamma_{N\gamma}] \\ \hat{\mathbf{A}}\delta_n = [\mathbf{A}^{n-1}R\delta_1 \dots \mathbf{A}^{n-1}R\delta_{N\delta}, \mathbf{A}^{n-2}R\delta_{N\delta} \dots \mathbf{A}^{n-N}R\delta_{N\delta}] \\ \hat{\mathbf{A}}\zeta_n = [\mathbf{A}^{n-1}R\zeta_1 \dots \mathbf{A}^{n-1}R\zeta_{N\zeta}, \mathbf{A}^{n-2}R\zeta_{N\zeta} \dots \mathbf{A}^{n-N}R\zeta_{N\zeta}] \\ \hat{\mathbf{A}}\tau_n = [\mathbf{A}^{n-1}R\tau_1 \dots \mathbf{A}^{n-1}R\tau_{N\tau}, \mathbf{A}^{n-2}R\tau_{N\tau} \dots \mathbf{A}^{n-N}R\tau_{N\tau}] \end{array} \right\} \quad (44)$$

##### ② 各補助変数の制約式

各補助変数の制約式を(45)式のように表現する。ここで、

$X_n$  の最大値を  $X_{\max}$  最小値を  $X_{\min}$  とする。

$$\hat{\mathbf{F}} \cdot UU_t + \hat{\mathbf{G}} \cdot X_0 + \hat{\mathbf{H}} \leq 0 \quad (45)$$

ただし、

$$\left. \begin{array}{l} X_n = \hat{\mathbf{A}}_n \cdot UU_t + \hat{\Phi}_n \cdot X_0 + \hat{\Psi}_n \cdot R, \\ Z_{i,n} = \hat{\mathbf{Z}}_{i,n} \cdot UU_t, \quad S_{p,n} = \hat{\mathbf{S}}_{p,n} \cdot UU_t \\ W_{j,n} = \hat{\mathbf{W}}_{j,n} \cdot UU_t, \quad V_{k,n} = \hat{\mathbf{V}}_{k,n} \cdot UU_t \\ T_{q,n} = \hat{\mathbf{T}}_{q,n} \cdot UU_t, \quad \gamma_{i,n} = \hat{\mathbf{\gamma}}_{i,n} \cdot UU_t \\ \delta_{j,n} = \hat{\mathbf{\delta}}_{j,n} \cdot UU_t, \quad \zeta_{k,n} = \hat{\mathbf{\zeta}}_{k,n} \cdot UU_t \\ \eta_{p,n} = \hat{\mathbf{\eta}}_{p,n} \cdot UU_t, \quad \tau_{q,n} = \hat{\mathbf{\tau}}_{q,n} \cdot UU_t \end{array} \right\} \quad (46)$$

この場合、例えば  $\alpha'$ Kc2s 項に関する  $Z_{i,n}$  と  $\gamma_{i,n}$  の関連付け

およびそれに対する制約式の行列は、以下に示す

$\hat{\mathbf{F}}_{i,n} \sim \hat{\mathbf{F}}_{4,i,n}, \hat{\mathbf{G}}_{i,n} \sim \hat{\mathbf{G}}_{4,i,n}, \hat{\mathbf{H}}_{i,n} \sim \hat{\mathbf{H}}_{4,i,n}$  のように表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{i,n} = 1 \rightarrow \hat{\mathbf{Z}}_{i,n} = X_n \\ \gamma_{i,n} = 0 \rightarrow \hat{\mathbf{Z}}_{i,n} = 0 \end{array} \right. \quad (47)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\mathbf{F}}_{1,i,n} = \hat{\mathbf{Z}}_{i,n} - X_{\max} \hat{\mathbf{\gamma}}_{i,n}, \quad \hat{\mathbf{F}}_{2,i,n} = -\hat{\mathbf{Z}}_{i,n} + X_{\min} \hat{\mathbf{\gamma}}_{i,n} \\ \hat{\mathbf{F}}_{3,i,n} = \hat{\mathbf{Z}}_{i,n} - \hat{\mathbf{A}}_n - X_{\min} \hat{\mathbf{\gamma}}_{i,n}, \quad \hat{\mathbf{F}}_{4,i,n} = -\hat{\mathbf{Z}}_{i,n} + \hat{\mathbf{A}}_n + X_{\max} \hat{\mathbf{\gamma}}_{i,n} \\ \hat{\mathbf{G}}_{1,i,n} = \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{G}}_{2,i,n} = \mathbf{0}, \\ \hat{\mathbf{G}}_{3,i,n} = -\hat{\Phi}, \quad \hat{\mathbf{G}}_{4,i,n} = \hat{\Phi}_n \\ \hat{\mathbf{H}}_{1,i,n} = \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{H}}_{2,i,n} = \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{H}}_{3,i,n} = -\hat{\Psi}_n \cdot R + X_{\min}, \quad \hat{\mathbf{H}}_{4,i,n} = \hat{\Psi}_n \cdot R - X \end{array} \right\} \quad (48)$$

次に、前述した小三角領域の関連付けに対する制約式の行列を考える。この場合、Fig.8 に示した小三角領域  $\gamma_i$  の 3 頂点を  $P_{1,i}, P_{2,i}, P_{3,i}$  とし、それぞれの  $x$  座標 ( $y$  座標) を  $P_{1,i,x(y)}$ ,  $P_{2,i,x(y)}, P_{3,i,x(y)}$  と表すと、制約式の行列は以下の

$\hat{\mathbf{F}}_{5,i,n} \sim \hat{\mathbf{F}}_{7,i,n}, \hat{\mathbf{G}}_{5,i,n} \sim \hat{\mathbf{G}}_{7,i,n}, \hat{\mathbf{H}}_{5,i,n} \sim \hat{\mathbf{H}}_{7,i,n}$  によって記述できる。

$$\left. \begin{aligned}
 \widehat{\mathbf{F}}5_{i,n} &= -\widehat{\mathbf{A}}_{n,2} - (X_{\min 2} - P_{i,x}) \widehat{\gamma}_{i,n} \\
 \widehat{\mathbf{F}}6_{i,n} &= -\widehat{\mathbf{A}}_{n,3} - (X_{\min 3} - P_{i,y}) \widehat{\gamma}_{i,n} \\
 \widehat{\mathbf{F}}7_{i,n} &= -a_{ji} \widehat{\mathbf{A}}_{n,2} + \widehat{\mathbf{A}}_{n,3} - (a_{ji} X_{\min 2} + b_{ji} - X_{\max 3}) \widehat{\gamma}_{i,n} \\
 \widehat{\mathbf{G}}5_{i,n} &= -\widehat{\Phi}_{n,2}, \widehat{\mathbf{G}}6_{i,n} = -\widehat{\Phi}_{n,3}, \widehat{\mathbf{G}}7_{i,n} = -a_{ji} \widehat{\Phi}_{n,2} + \widehat{\Phi}_{n,3} \\
 \widehat{\mathbf{H}}5_{i,n} &= -\widehat{\Psi}_{n,2} \cdot R + X_{\min 2}, \widehat{\mathbf{H}}6_{i,n} = -\widehat{\Psi}_{n,3} \cdot R + X_{\min 3} \\
 \widehat{\mathbf{H}}7_{i,n} &= (-a_{ji} \widehat{\Psi}_{n,2} + \widehat{\Psi}_{n,3}) R + a_{ji} X_{\min 2} - X_{\max 3}
 \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

さらに、 $\gamma_i = 1$  となるものが  $i=1 \sim N_\gamma$  の中で唯一必ず存在することを示す(50)式の制約式を設ける。これにより、先に提案したように「 $\gamma_i=1$ 」と「小三角領域  $\Pi_{\gamma_i}$  に属する」ことを 1 対 1 で対応させることができる。

$$\sum_{i=1}^{N_\gamma} \gamma_i = 1 \quad (50)$$

以上を整理すると、 $Z_{i,n}$  と  $\gamma_i(k)$  に関する不等式制約式は以下のように定義できる。

$$\widehat{\mathbf{F}}\boldsymbol{\gamma}(k) \cdot \mathbf{U} \mathbf{U}_i + \widehat{\mathbf{G}}\boldsymbol{\gamma}(k) \cdot \mathbf{X}_0 + \widehat{\mathbf{H}}\boldsymbol{\gamma}(k) \leq 0 \quad (51)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned}
 \widehat{\mathbf{F}}\boldsymbol{\gamma}(k) &= [\widehat{\mathbf{F}}_{I_1}(k)^T, \dots, \widehat{\mathbf{F}}_{I_{N_\gamma}}(k)^T, \widehat{\mathbf{F}}_{II}(k)^T, \widehat{\mathbf{F}}_{III}(k)^T]^T \\
 \widehat{\mathbf{G}}\boldsymbol{\gamma}(k) &= [\widehat{\mathbf{G}}_{I_1}(k)^T, \dots, \widehat{\mathbf{G}}_{I_{N_\gamma}}(k)^T, \widehat{\mathbf{G}}_{II}(k)^T, \widehat{\mathbf{G}}_{III}(k)^T]^T \\
 \widehat{\mathbf{H}}\boldsymbol{\gamma}(k) &= [\widehat{\mathbf{H}}_{I_1}(k)^T, \dots, \widehat{\mathbf{H}}_{I_{N_\gamma}}(k)^T, \widehat{\mathbf{H}}_{II}(k)^T, \widehat{\mathbf{H}}_{III}(k)^T]^T \\
 \widehat{\mathbf{F}}_{I_i}(k) &= [\widehat{\mathbf{F}}1_{i,n}(k)^T, \widehat{\mathbf{F}}2_{i,n}(k)^T, \dots, \widehat{\mathbf{F}}6_{i,n}(k)^T, \widehat{\mathbf{F}}7_{i,n}(k)^T]^T \\
 \widehat{\mathbf{G}}_{I_{i,n}} &= [\widehat{\mathbf{G}}1_{i,n}^T, \widehat{\mathbf{G}}2_{i,n}^T, \dots, \widehat{\mathbf{G}}6_{i,n}^T, \widehat{\mathbf{G}}7_{i,n}^T]^T \\
 \widehat{\mathbf{H}}_{I_{i,n}} &= [\widehat{\mathbf{H}}1_{i,n}^T, \widehat{\mathbf{H}}2_{i,n}^T, \dots, \widehat{\mathbf{H}}6_{i,n}^T, \widehat{\mathbf{H}}7_{i,n}^T]^T \\
 \widehat{\mathbf{F}}_{II}(k) &= -\sum_{i=1}^{N_\gamma} \widehat{\gamma}_i(k), \widehat{\mathbf{G}}_{II}(k) = 0, \widehat{\mathbf{H}}_{II}(k) = 1 \\
 \widehat{\mathbf{F}}_{III}(k) &= \sum_{i=1}^{N_\gamma} \widehat{\gamma}_i(k), \widehat{\mathbf{G}}_{III}(k) = 0, \widehat{\mathbf{H}}_{III}(k) = -1
 \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

③ 最適化問題

最終的に求める MIQP 問題における評価関数  $J$  は(54)式によって表わされる。

$$\mathbf{U}_i = \widehat{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{U} \mathbf{U}_i \quad (53)$$

$$J = \mathbf{U} \mathbf{U}_i^T \cdot \widehat{\mathbf{S}}_2 \cdot \mathbf{U} \mathbf{U}_i + \widehat{\mathbf{S}}_1 \cdot \mathbf{U} \mathbf{U}_i + \widehat{\mathbf{S}}_0 \quad (54)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \widehat{\mathbf{S}}_0 &= \left\{ \widehat{\mathbf{C}}(\widehat{\Phi} \cdot \mathbf{x}_0 + \widehat{\Psi} \cdot R) - R \gamma_i \right\}^T \mathbf{Q}_{\gamma_i} \left\{ \widehat{\mathbf{C}}(\widehat{\Phi} \cdot \mathbf{x}_0 + \widehat{\Psi} \cdot R) - R \gamma_i \right\} \\
 &\quad + R \mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{Q}_{2i} \cdot R \mathbf{u}_i \\
 \widehat{\mathbf{S}}_1 &= 2 \left\{ \widehat{\mathbf{C}}(\widehat{\Phi} \cdot \mathbf{x}_0 + \widehat{\Psi} \cdot R) - R \gamma_i \right\}^T \mathbf{Q}_{\gamma_i} (\widehat{\mathbf{C}} \cdot \widehat{\mathbf{A}}) - 2 R \mathbf{u}_i^T \mathbf{Q}_{2i} \widehat{\mathbf{E}} \\
 \widehat{\mathbf{S}}_2 &= (\widehat{\mathbf{C}} \cdot \widehat{\mathbf{A}})^T \mathbf{Q}_{\gamma_i} (\widehat{\mathbf{C}} \cdot \widehat{\mathbf{A}}) + \widehat{\mathbf{E}}^T \mathbf{Q}_{2i} \widehat{\mathbf{E}}
 \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

5.2 シミュレーション例

構築された MLD モデルの妥当性を確認するため、Table2 に示す条件の下このモデルより得られる応答曲線を求めた。

Table 2 simulation conditions

Kiln diameter	3	[m]	Length of kiln	60	[m]
Material charging rate	94.75	[t-raw/h]	Material filling ratio	10	[%]
Kiln throughput	90	[t-cl/H]	Input material temp	1,073	[K]
Initial material temp.	1,073	[K]	Initial refractory temp.	1,073	[K]
Constituent of material					
C <sub>2</sub> O	57	[%]	SiO <sub>2</sub>	22	[%]
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	6	[%]	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3	[%]
CaCO <sub>3</sub>	12	[%]			
Input gas temp. (T <sub>g</sub> )	1,273	[K]	Initial gas temp. in the kiln	1,273	[K]
Unit of secondary air	0.5	[Nm <sup>3</sup> /KG-cl]	Unit of coal	0.045	[kg/KG-cl]
Cross section area of coal burning zone	Cross section area of kiln × 0.3	[m <sup>2</sup> ]			
A <sub>c</sub>	5.24 × 10 <sup>8</sup>	[1/s]	E <sub>c</sub>	2.05 × 10 <sup>8</sup>	[J/mol]
A <sub>r</sub>	2.16 × 10 <sup>8</sup>	[1/s]	E <sub>r</sub>	3.29 × 10 <sup>8</sup>	[J/mol]
A <sub>g</sub>	2.78 × 10 <sup>8</sup>	[1/s]	E <sub>g</sub>	7.18 × 10 <sup>8</sup>	[J/mol]
ρ <sub>r</sub>	3000	[kg/m <sup>3</sup> ]	ρ <sub>c</sub>	790	[kg/m <sup>3</sup> ]
D <sub>c</sub>	10 × 10 <sup>-8</sup>	[m]	T <sub>g</sub>	298	[K]
C <sub>gem</sub>	1,000	[J/(kgK)]	C <sub>cg</sub>	1,000	[J/(kgK)]
C <sub>pc</sub>	629	[J/(kgK)]	C <sub>pr</sub>	1,050	[J/(kgK)]
H <sub>gm</sub>	12	[W/(m <sup>2</sup> K)]	H <sub>gc</sub>	47.5	[W/(m <sup>2</sup> K)]
H <sub>gr</sub>	12	[W/(m <sup>2</sup> K)]	H <sub>r</sub>	10	[W/(m <sup>2</sup> K)]
HC <sub>CaCO3</sub>	-1.674 × 10 <sup>6</sup>	[J/Kg-CaO]	HC <sub>CS</sub>	2.557 × 10 <sup>4</sup>	[J/Kg-CaO]
HC <sub>CS</sub>	8.862 × 10 <sup>5</sup>	[J/Kg-CaO]	ε <sub>mr</sub>	0.8	
HC <sub>Coal</sub>	2.93 × 10 <sup>7</sup>	[J/Kg-Coal]	W <sub>r</sub>	0.25	[m]
k <sub>r</sub>	2.5	[W/mK]			

Fig.9 は、キルン出口の原料およびガスの昇温過程の時間推移のシミュレーション結果を示している。一方、Fig.10 は燃料である石炭の使用量を 50%,35%(65%ステップダウン)と下げた場合における原料およびガスの降温過程のシミュレーション結果を示す。これらの結果より、従来の局所線形モデルでは得られないシステムの非線形性、すなわち原料温度が約 4000 秒後の昇温速度の急激な変化や、石炭の減少に対する緩やかな降温過程などが、提案した関連付けを用いた MLD モデルにより再現できている様子が窺える。特に、これらの非線形性がプロセス全体の包括的な制御を可能とする単一線形モデルによって再現できていることを考えると、今後このモデル化が制御系設計にも有効であることが示唆される。

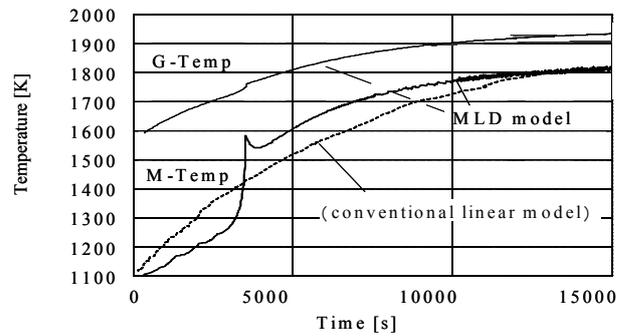


Fig.9 The time response of the temperature, material and gas;

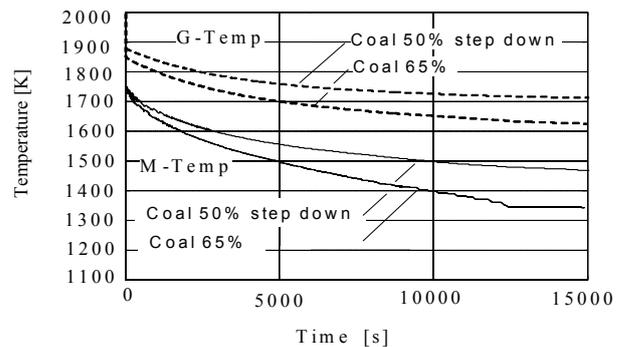


Fig.10 The response of the temperature with set point change in quantity of coal

## 6. まとめ

温度領域により原料昇温過程が変化するセメントロータリーキルンに対し MLD システムを用いたモデル化を行うことでプロセス全体の包括的な制御を可能とする単一線形モデルによる記述を試みた。

モデル化に際しては、補助離散変数と状態量との関連付けにおける不等式制約式の数の低減を目的に、0-1 離散補助変数と非線形項の分割で生じた領域を1対1で対応させる方法を提案した。その結果、膨大な不等式条件を伴わない当該プロセスに対する単一線形等式と制約式による MLD モデルの導出が可能となった。構築された MLD モデルの応答曲線を見ると、原料温度の昇温速度の急激な変化が再現できていることが分かり、今回のモデル化の妥当性と今後の制御系設計への有効性が示唆された。

今後は、構築したセメントキルンの MLD モデルを用い、通常操業ポイントから大幅にずれた場合の復帰操作など、単一モデルでは対処困難なケースに適用し制御性への有効性を検証したい。

### [参考文献]

- 1)Alberto Bemporad, Manfred Morari: "Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints", Automatica, Vol.35, pp.407-427(1999)
- 2) 稲津和喜, 松尾誠治: "セメントロータリーキルンダイナミックモデルの放射伝熱及びクリンカ生成反応に対する改善", EICA, Vol.8, No.6, pp.43-54(2003)
- 3) 浅野一哉, 津田和呂, 他: "ハイブリッドシステムの予測制御とそのプロセス制御への応用", システム制御情報, Vol.46No.3, pp.110-119(2002)

### Nomenclature

$A_{co}$	: area of coal at given cross section	[m <sup>2</sup> ]
$A_{g,m}$	: area of gas and solid at given cross section	[m <sup>2</sup> ]
$A_{c,x,y}$	: pre-exponential factor	[1/s]
$C_{pg, pm}$	: specific heat at constant pressure of combustion gas, material	[J/kg/K]
$C_{pr, pc}$	: specific heat at constant pressure of refractory, coal	[J/kg/K]
$D_c$	: diameter of coal particle	[m]
$E_{c,x,y}$	: activation energy	[J/mol]
$F_{c,ri}$	: heat transfer surface	[m <sup>2</sup> ]
$F_s$	: kiln shell surface area	[m <sup>2</sup> ]
$G_{CO_2}$	: ratio of CO <sub>2</sub> in combustion gas	[-]
$G_{N_2,O_2}$	: ratio of N <sub>2</sub> , O <sub>2</sub> in combustion gas	[-]
$HC_{C_2S}$	: heat generated by chemical reactions (2CaO+SiO <sub>2</sub> →C <sub>2</sub> S)	[J/kg-CaO]
$HC_{C_3S}$	: heat generated by chemical reactions (CaO+C <sub>2</sub> S→C <sub>3</sub> S)	[J/kg-CaO]
$HC_{CaCO_3}$	: heat generated by chemical reactions (CaCO <sub>3</sub> →CaO+CO <sub>2</sub> )	[J/kg-CaCO <sub>3</sub> ]
$HC_{Coal}$	: heat generated by chemical reactions (C+O <sub>2</sub> →CO <sub>2</sub> )	[J/kg-Coal]

$H_{gc, gm}$	: convective heat transfer coefficient of gas to coal, gas to sold	[W/m <sup>2</sup> /K]
$H_{gr, sa}$	: convective heat transfer coefficient of gas to refractory, shell to atmosphere	[W/m <sup>2</sup> /K]
$k_{g,i}$	: absorption coefficient	[1/m]
$K_{C_2S}$	: coefficient of reaction (2CaO+SiO <sub>2</sub> →C <sub>2</sub> S)	[1/s]
$K_{C_3S}$	: coefficient of reaction (center part zone r2)	[1/s]
$K_{CaCO_3}$	: coefficient of reaction (CaCO <sub>3</sub> →CaO+CO <sub>2</sub> )	[1/s]
$K_{Coal}$	: coefficient of reaction (C+O <sub>2</sub> →CO <sub>2</sub> )	[1/s]
$k_r$	: coefficient of conduction refractory	[W/m · K]
$N_i$	: the num. of an energy particle emitted from i	[-]
$N_j$	: the num. of an energy particle absorbed with i	[-]
$M_{Al_2O_3}$	: ingredient ratio of Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	[-]
$M_{CaCO_3}$	: ingredient ratio of CaCO <sub>3</sub>	[-]
$M_{CaO}$	: ingredient ratio of CaO	[-]
$M_{Fe_2O_3}$	: ingredient ratio of Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	[-]
$M_{SiO_2}$	: ingredient ratio of SiO <sub>2</sub>	[-]
$Q_{out,m}$	: radiant heat emitted from materials	[J/s]
$Q_{out,g}$	: radiant heat emitted from gas	[J/s]
$Q_{out,r}$	: radiant heat emitted from refractory	[J/s]
$Q_{in,g}$	: radiant heat which gas receives	[J/s]
$Q_{in,m}$	: radiant heat which materials receive	[J/s]
$Q_{in,r}$	: radiant heat which refractory receives	[J/s]
$RAD_g$	: heat transfer of gas by radiation	[W/m <sup>2</sup> ]
$RAD_m$	: heat transfer of material by radiation	[W/m <sup>2</sup> ]
$RAD_r$	: heat transfer of refractory by radiation	[W/m <sup>2</sup> ]
$Rd_{ij}$	: radiative energy absorption distribution	[-]
$R_{\theta, \eta, \epsilon}$	: the random numbers in the interval (0,1)	[-]
$S_{m,r}$	: heat transfer surface of m.-gas, r.-gas	[m <sup>2</sup> ]
$S$	: distance until an energy particle is absorbed	[m]
$T_a$	: temperature outside kiln	[K]
$T_{c,m}$	: temperature of coal, gas, material	[K]
$T_{gi}$	: temperature of combustion gas	[K]
$T_{m,ri}$	: temperature of material and refractory	[K]
$V_{g,m}$	: velocity of gas, material	[m/s]
$V_{gi}$	: velocity of gas at end part of kiln	[m/s]
$VO_g$	: volume of a combustion gas element	[m <sup>3</sup> ]
$W_r$	: thickness of refractory	[m]
$\alpha$	: ratio of reacted CaO for C <sub>2</sub> S generation	[-]
$\alpha_0$	: amount ratio of CaO for C <sub>2</sub> S generation	[-]
$\alpha_{m,g,r}$	: rate of self absorption of m,g,r	[-]
$\beta$	: ratio of reacted CaO for C <sub>3</sub> S generation	[-]
$\beta_0$	: amount ratio of CaO for C <sub>3</sub> S generation	[-]
$\epsilon_{mr}$	: surface emissivity of kiln shell	[-]
$\sigma$	: Steffan-Boltzmann constant	[W/m <sup>2</sup> /K <sup>4</sup> ]
$\theta$	: the azimuthal angle in spherical coordinates	[rad]
$\eta$	: the polar angle in spherical coordinates	[rad]
$\rho_c$	: density of coal	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_{ci, gi}$	: density of coal, gas at end part of kiln	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_{g,r}$	: density of gas, refractory	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_m$	: bulk density of solid	[kg/m <sup>3</sup> ]

(受付 2006. 8.30)

(受理 2007. 3.15)

# MLD modeling of a cement rotary kiln by using improved transformation from propositional logic problems to inequalities.

Kazuki Inatsu <sup>1</sup>, Seiji Matsuo <sup>2</sup>

Technical Group, Production and Technical Department, Sumitomo Osaka Cement Co., Ltd., Tokyo 102-8465<sup>1</sup>  
Department of Geosystem Engineering, School of Engineering, The University of Tokyo, Tokyo 113-8656<sup>2</sup>

## Abstract

A cement rotary kiln is characterized by a kind of counter-flow heat exchanger of cylinder shape where several processes occur simultaneously such as coal combustion, radiative heat exchange between material and combustion gas and clinker generation.

This process has highly non-linear behavior because of radiative heat exchange and chemical reactions. In this paper, the authors proposed the method of constructing the MLD (Mixed Logical Dynamics) model of the cement kiln and derived the optimizing problem from the MLD model in order to improve the control performance in case that the process strayed distantly from the normally operating point. In order to lighten computing load of solving the optimizing problem, it was shown that the detailed model of kiln could be simplified and down-dimensioned maintaining the whole process characterization by neglecting the dynamics of the coal combustion and gas process. The non-linear terms left in the simplified model were sectionally linearized for converting into the MLD model.

## KeyWords:

cement rotary kiln, non-linear, linearization, MLD model

