広域上水道における
動的運用計画技法

栗栖宏充* 、西谷卓史* 、舘仁平** 、安達弘***

* (株)日立製作所システム開発研究所
神奈川県川崎市麻生区王禅寺１０９９
** (株)日立製作所大みか工場
茨城県日立市大みか町５－２－１
*** (株)日立製作所機電事業部
東京都千代田区神田駿河台４－６

概要

大都市における上水道では、大規模化した水道施設全体を円滑にコントロールすることは、極めて難しい問題である。特に、各地点での需要に応じた導水量、送水量を決める配分計画には膨大な計算が必要であり、実運用に適した計画値を高速に求める機能が要求される。本報告では、ある大都市において実現した運用管理システムの中核的部分である新しい配分計画アルゴリズムについて述べる。

従来の配分計画は、計算時間の制約から、時間毎、地域ごとに問題を区切って局所的な最適解を算出するものであった。また、通常の数理計画法では、極端な値になるため、実際の運用には適さない場合があった。本アルゴリズムでは、シンプレックス法に基底分解法を応用することによって得た、多段プライマル法によって大幅に計算時間を短縮し、全水系の動的計画を可能とした。さらに、運用の実情に即した計画値とするために、数理的に求めた最適解をヒューリスティックに改善する処理を施す、という２段階の計算方式をとっている。この配分計画アルゴリズムによって、従来よりも優れた計画値を高速に算出できることが確かめられた。

キーワード

上水道　　運用管理　　配分計画　　多段プライマル法　　動的計画　　ヒューリスティック

１．緒言

大都市では、人口集中化により水需要が増加の一途であるが、新たな水源の開発には多大な時間と費用を要する。このため、限られた水資源を有効に活用する必要があり、計算機による広域的な運用管理が図られている。しかし、水道施設の大規模複雑化に伴い、水系全体を効率良く円滑にコントロールすることは、ますます困難となっている。運用管理システムの中でも特に、各配水池からの需要を満足するような、各管路の導水量、送水量を計算する中核的な部分が、配分計画である。配分計画値の立案には膨大な計算量を必要とするため、従来は各時刻毎の問題に、あるいは局所的問題に分割していた。このため、条件が厳しい場合には満足な計画値が得られないというケースが発生していた。本報告では、全水系全時間の配分計画に対し、実用に耐える計算時間でかつ様々な条件に対応した計画値を算出する高速なアルゴリズムについて述べる。

2．多層ネットによる動的運用計画の定式化

運用計画全体のモジュール構成図を図１に示す。需要予測では、天候気温などを、指標として各配水池毎の需要量を時間単位で計算する。取水計画では、需要の総量に基づいて取水量と隣接都市など他の団体との契約による分水量および受水量を決定する。中核となる配分計画では、これらを入力とし、各配水池の貯水量や各管路の流量を時間単位の計画値として出力する。

変動する需要を満足し、かつ効率的な運用を行なうためには、配水池の貯水量を有効に活かした動的計画を行なう必要がある。水系モデルとして、図２に示す多層ネットワークを導入する。これは、実際の水系に対応した空間的ネットワークを計画する時刻ごとに用意し、それらの配水池に対応するノード同士を貯水量に相当するアークで結んだものである。このモデルにより、貯水量も流量と全く同等に扱うことになり、動的運用計画は、次のように多層ネットワーク上の最小費用流問題として定式化できる。満足すべき制約条件は次式で与えられる。

$$Ax = b \qquad (1)$$

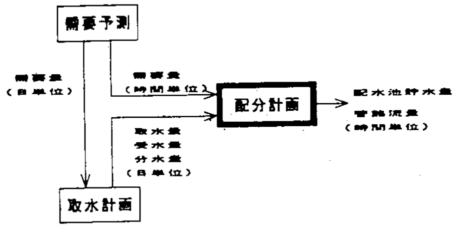
$$l \leqq x \leqq h \qquad (2)$$

式(１)は、ネットワークを構成する各ノード、即ち各時刻の取水源、浄水場、配水池、分岐点で、流入量の和が、流出量および需要量の和に等しいという物質収支の条件を、式(２)は、各アーク即ち、各時刻の配水池貯水量、管路流量について、設備上下限の条件を、それぞれ全てのアーク、ノードについて列挙することによって得る。但し、Ａはｍ×ｎ行列（ｍ：ノード数、ｎ：アーク数)、ｘは、各アークの流量を要素とするｎ次元変数ベクトル、ｂは各ノードでの需要量を要素とするｍ次元定数ベクトル、ｌとｈはそれぞれ、各設備の下限値、上限値を要素とするｎ次元定数ベクトルである。

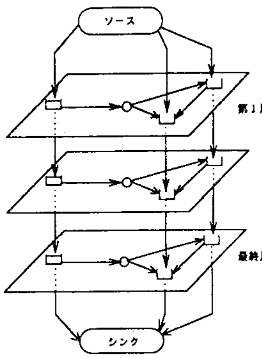
上記条件のもとで、次式で与えられる総費用ｚを最小化するｘを求める。

$$z = cx \qquad (3)$$

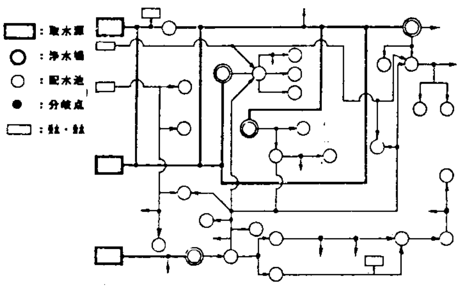
但し、ｃは各アークの単位流量あたりの費用を要素とするｎ次元定数ベクトルである。



Ｆｉｇ．１　運用計画概要



Ｆｉｇ．２　多層ネットワーク



Ｆｉｇ．３　水系接続状態

3．多段プライマル法を用いた最適化計算の高速化

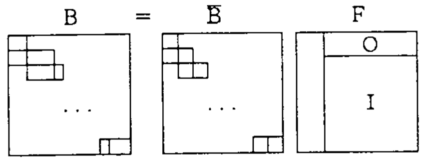
多層ネットワークを用いた場合、同じ管路でも時刻が違えば別のアークとして扱うため、非常に大規模な問題となる。図３は実在するある水系の接続状態を示す図である。この例では、ノード数が６０個所、アーク数が９５個所あるため、２４時間の計画を行う場合、１４４０制約２２８０変数の問題となる。このような大規模計算を限られた計算機環境と計算時間内で行うための高速アルゴリズムとして、多段プライマル法を適用する。この解法は線形計画問題の代表的解法であるシンプレックス法に改良を加え、流量計算の特徴を利用した整数演算化と、ネットワークの多層構造を利用した分割解法によって高速化したものである。

まず、式(1)を以下のように表す。

$$B x_B + N x_N = b \tag{4}$$

但し、Bはm次元正方行列、Nはm×(n－m)行列で、x_Bは従属変数からなるm次元ベクトル、x_Nは独立変数からなる(n－m)次元ベクトルである。いま、独立変数を上下限値のいずれかに固定することによって得られた解が式(2)を満たしたときこれを初期解とする。次に、総費用が減少するように従属変数と独立変数を１つずつ入れ替えていくことを反復することによって解を得る。以上がシンプレックス法の基本的手順である。各反復においては、大規模行列Bの逆行列演算を伴うため、この演算の計算量を削減することが計算時間に大きく影響する。

いま、制約条件となっている等式は、物質保存の条件のみである。このような場合制約条件の係数行列Aの要素は、１、－１、０のみを要素とし、かつ逆行列演算の過程においても他の値をとる要素は現れない。このことを利用し、行列演算を全て和差算にして整数演算化し、大幅な計算量削減をした。また、誤差管理の必要もなくなるという利点もある。



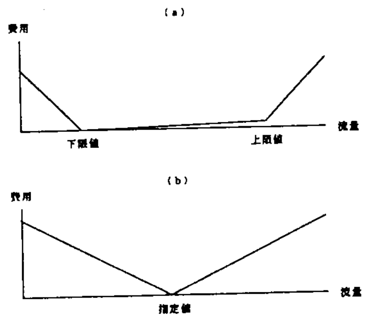
Ｆｉｇ．４　行列構造

さらに、行列Bが非ゼロ要素を含む小行列が階段状に並んだ構造であることに注目し、図４に示すように正方小行列からなる$\bar{B}$と大部分が単位列ベクトルの行列Fとの積として記憶することによって、逆行列演算を小行列の逆行列の繰返しに分割する。これでさらに計算量を削減し、通常の最小費用流問題のアルゴリズムである、プライマル・デュアル法に比べ、約１０倍の高速化を実現した。

４．段階的に可変な費用係数の導入

定式化された動的運用計画問題に、制約条件を全て満足する解が存在しない時、通常の方法では、計画が立案できない。このような場合でも、可能な限りの制約を満足する次善の解を算出できるよう、段階的に可変な費用係数を導入し、アークの流量から費用への関数を図５に示すような形状とする。

(a)のアークでは、下限以下、上下限内、上限以上の３区間で費用係数が３段階に変化している。上下限外の区間に絶対値の十分大きい費用係数を設定することにより、条件を満足できない場合にも計画値が得られることになる。また、流量を指定値に固定したい場合には、(b)に示すように指定値以外の値で非常に大きな費用になるように設定する。

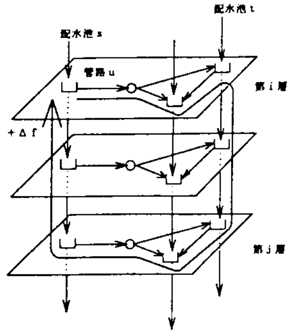


Ｆｉｇ．５　費用関数

５．平滑化処理による流量一定化

以上述べてきた方法で得られる計画値は、物質収支と施設上下限の制約のみを満足するものである。しかし現実には、浄化設備への負荷やバルブ操作を考えると流量は時間変動が少ない方が望ましい。そこで、多段プライマル法で得られた解を、費用を維持しながらヒューリスティックに改善することにより、現実運用に適した解を得る。既に得られている計画値をバランスを崩さないようにして部分的に修正するには、図６

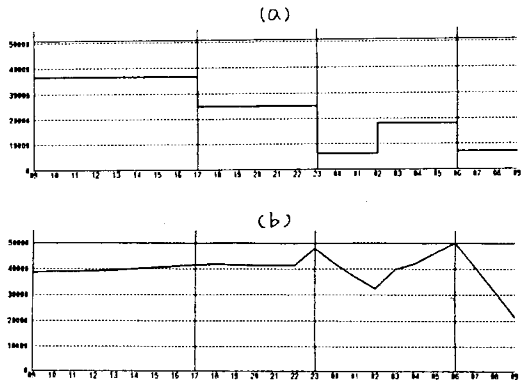
に示すようにネットワーク上のループに修正流量を加えれば良い。図のように２層にまたがるループで層内の経路は２つの配水池間を結んでしかも２層で同じ経路となる対称なループのみを探索する。このようなループ上に修正流量を加えることは、２つの配水池間の経路となる管路の流量を異なる時刻で増減し、両端の配水池の貯水量を変化させることに相当する。従って、費用係数が時間によって変化しないかぎりは総費用が維持される。この操作を反復することによって、所望の解に近づけることができる。



Ｆig. ６　平滑化処理

６．計算結果および評価

ノード数６０、アーク数９５の水系を対象として、２４時間の配分計画を行なった。計算に用いたデータは、ある取水管路において、ポンプの電気設備点検が予定されていたケースで、時間毎の問題に分割していた従来法では計画値が得られなかったものである。図７に、計算結果の一部を示す。（ａ）は点検の行なわれたポンプ設備により圧送されている管路の流量計画値を示したものであり、２３時から２時までが点検時刻である。１７、２３、６時は標準切替時刻であり、点検時刻を除いて流量が一定化されている。(ｂ)は（ａ）に示した管路の下流に位置する配水池の貯水量である。



Ｆig. ７　計算結果

上記の問題を、従来法の中で用いられていたプライマルデュアル法によって、問題を分割せずに一括計算した場合、制御用計算機ＨＩＤＩＣ－Ｖ９０／６５上で約３０分を要した。一方、本報告で述べた方式によれば、同じ問題を、最適化計算に約３分、平滑化処理に約２分で解くことができた。従来法に比べ、計算の高速化と性能の向上が確認できた。

７．結言

多層ネットワークモデルを導入することにより、実在する水系について、その動的運用計画を最小費用流問題に帰着し、高速アルゴリズム多段プライマル法によって限られた計算機環境のもとでの求解を可能とした。従来は、記憶容量と計算速度の制限から各時間ごとに計画する方式であったが、本方式により配水池貯水量を有効に利用でき、季節や天候など様々な要因による需要変動に十分対応可能である柔軟な計画の立案が可能となった。また、数理計画法による解は極端な値をとることが多く、そのままでは運用に使えないケースが多かったが平滑化処理により、最適解を計算できるようになった。さらに、停電や送水管破損といった異常時における再計画についても十分可能な高速性を実現できた。

参考文献

T.Nishiya and M.Funabashi(1987).Basis Factorization Method for Multistage Linear Programing Problem with an Application to Optimal Energy Plant Operation.IEEE Transactions on Automatic Control,Vol.AC-32,No.10, 851-857.