

[13] 合流式下水道における雨水流出制御のための数学モデル

建設省 土木研究所 中村 栄一
 富士電機製造(株) システム開発部 ○伊藤 修

1. はじめに

我国では、古くから多くの都市で合流式下水道による下水道整備が行われている。しかしながら、排水区域内の人口増加、水使用量の増加は晴天時下水量の増加を招く一方、都市域の拡大による不透透面積の増加は雨天時の雨水流出量の増加を招いている。更に、下水管渠の老朽化や地盤沈下が加わると雨水流下能力の減少は決定的なものとなり、計画降雨内の降雨であっても下水管渠は満流状態となり、浸水を許すことにもなる。

このため、浸水問題の解消は緊急の課題であり、下水管渠の増設、滞水池の新設などが検討されているが、その設計、運用には雨水流出現象の解明と流出量の評価が不可欠である。又、雨天時過剰越流水による放流先の水質汚濁問題も今や重要な課題となっているが、その抑制、制御にも雨水流出現象の解明は重要である。

従来、雨水流出量の評価には合理式や実験式が使用されているが、それらは下水管渠も含めた集中モデルとして取り扱われている。しかし、雨水流出現象は満流状態や氾濫現象の発生している場合と開水路状態の場合ではその特性が異なり、集中モデルでこれらの現象を同時に扱うことは不可能である。

特に、都市域の浸水問題は集中豪雨時に発生する場合が多く、急激な雨水の流入に対する下水管渠の流下能力がその発生を左右している。このため、この様な現象を取り扱うには、下水管渠内の満流・非満流状態の解析が必要である。それにより、下水管渠や滞水池の定量的な評価が可能になるほか、下水管渠内の流況把握を踏まえた雨水流出制御の検討が可能となる。

我々は、以上の考察に基づき、下水管渠内の水位、流量の過渡状態も解析できる雨水流出現象の数学モデルを開発し、その有効性を確認したので、その内容を応用例も含めて述べる。

2. 現象の数学モデル

浸水現象も含めた雨水流出現象を解析するには

- ① 地表面における雨水流出モデル
- ② 下水管渠への雨水流入と氾濫モデル
- ③ 下水管渠モデル
- ④ ポンプ、滞水池、せき、ゲート等の諸施設モデル

が必要になる。我々はこれらの諸モデルを結合し、任意の対象に適用できる汎用システムを開発した。その構成を図-1に、①～③の概要を以下に述べる。又、ポンプは揚程曲線と管路抵抗曲線を用いて吐出量を求めるモデルを用意し、せき、ゲートは自由流出ともぐり流出の双方を記述するモデルが用意されている。

2.1 雨水流出モデル

地表面における雨水流出モデルは降雨強度より流出量を与えるもので、良く知られたタンクモデル⁽¹⁾を採用した。このモデルは図-2で示すように、側面及び底面に流出孔を有するタンクを想定し、側面の流出孔から流れるものを流出、底面から流出するものを浸透として雨水流出をモデル化している。このモデルの式を(1)～(4)に示す。

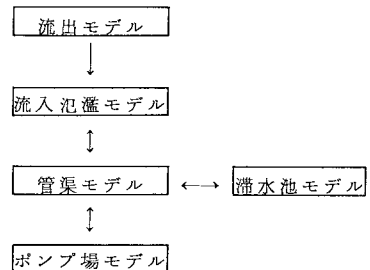


図-1 全体モデル

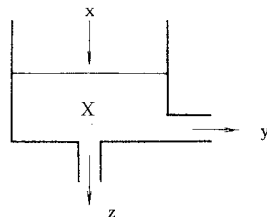


図-2 タンクモデル

$$\frac{dX}{dt} = -(y+z) + x \quad (1)$$

$$y = \alpha X, \quad z = \beta X \quad (2)$$

$$r = 1 - (\alpha + \beta), \quad C_t = \alpha / (\alpha + \beta) \quad (3)$$

$$Q = y \times S / 360 \quad (4)$$

ここで、

X : 貯留高 (mm), x : 雨量 (mm/h) t : 時間

y : 流出高 (mm/h), z : 浸透高 (mm/h)

α, β : 定数, r : 減水率, C_t : 流出率

Q : 流出量 (m³/sec), S : 排水区域面積 (ha)

2.2 管渠への雨水流入と氾濫モデル

雨水流出モデルより得られる流出水は下水主管渠へ流入するが、その流入は管渠内の状態により異なる。すなわち、管渠内が非満流の状態においてはそのまま管渠への流入量となるが、満流の場合は流入量が減少し、場合によっては地表で氾濫が生じる。これらの現象を記述するため、流入先の管渠部分に対応して水面積の異なるタンクを取り付けるモデルを開発した。このモデルの概略を図-3に、モデル式を(5)(6)に示す。

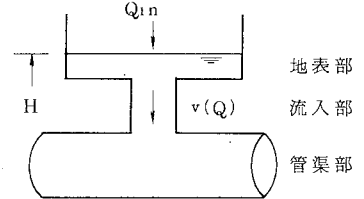


図-3 氾濫モデル

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = \Delta H - C |v|v \quad (5)$$

$$A \frac{dH}{dt} = Q_{in} - Q \quad (6)$$

ただし、管渠が非満流の場合は

$$Q = Q_{in} \quad (7)$$

ここで、

v : 流入部流速 (m/sec), g : 重力加速度 (m/sec²)

L : 等価長さ (m), C : 損失係数 (sec²/m)

ΔH : 管渠内とタンクの水頭差 (m), A : タンク

水面積 (m²), H : 水位 (m), t : 時間 (sec)

Q_{in} : タンク流入量 (m³/sec), Q : 流出量 (m³/sec)

2.3 管渠モデル

管渠モデルには非満流状態から満流状態までの流況を同時に記述できるモデルが必要である。我々はそれらの流況を記述するモデル式として、各状態における不定流の運動方程式及び連続の式を用いた。これにより、管渠内の水位、流量の変化を同時に解析できるとともに、満流・非満流状態の特性を加味した解析が可能となる。非満流状態における流れは、開水路の運動方程式(8)と連続の式(9)で記述でき、満流状態の流れは管水路の運動方程式(10)と連続の式(11)で記述できる。

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - i + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{n^2 |v|v}{R^{4/3}} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial vA}{\partial x} = q \quad (9)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{n^2 |v|v}{R^{4/3}} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{a^2}{gA} q \quad (11)$$

ここで、

v : 流速 (m/sec), g : 重力加速度 (m/sec²)

t : 時間 (sec), x : 距離 (m), h : 水深 (m)

i : 水路勾配, n : 粗度係数, R : 径深 (m)

A : 通水断面積 (m²), g : 横流入量 (m³/sec/m)

a : 管の弾性も含めた等価圧力波速度 (m/sec)

H : 水頭 (m)

このモデルの特徴は両状態の境界が移動することと現象の伝播速度が大きく異なることである。この事実がこの現象のモデル化を困難にしている。このモデルは(8)~(11)式を管渠内の満流・非満流状態に応じて適用し、状態移行区間内で両式を接続することにより管渠内の流況を記述している。このとき、管渠への雨水の流入は(9)式又は(11)式の右辺の q を用いて対象管渠区間へ一律に流入するか管渠先端部の境界条件として流入量を与えることにより行っている。尚、これらの式の解法は蛙飛び法 (leap frog method) を用いている。

管勾配が急なところや段落部で流量が少ない場合、射流状態が発生する。その場合、開水路の運動方程式(8)を適用せず、射流状態の流量と水深(限界水深)の関係を与える次式を用いている。

$$\frac{dA}{dh} = \frac{gA^3}{Q^2} (A = f(h)) \quad (12)$$

ここで、

Q : 限界流量 (m³/sec) 他は上記と同じ

3. モデルの検証

我々はA市Bポンプ排水区の実データに基づいてモデルの検証を行った。この排水区は排水面積約220ha、下水主幹線の延長約2.6km(図-4の実線参照)、区域内人口約5万人の典型的な密集市街地であるが、下水管渠の流下能力の不足により、しばしば浸水にみまわれるようになった。このため、緊急の対策が必要となっていた地域である。

この地域のモデル化にあたって、主幹線を5個のブロックに分割し、それぞれ等価な円型管渠に置き換えた。排水区も幹線への流入を考慮し、それぞれのブロックと最上流部への流入区域に分割し、雨水流出モデルと管渠への流入氾濫モデルで近似した。尚、幹線を流下した雨水はゲートを経て沈砂池に入り、ポンプ井より一部は処理場へ送られるが他の雨水は河川へ放流されている。

再現シミュレーションに使用した降雨は総降雨量が114mmであり、降雨強度は10分、30分、60分がそれぞれ7.5mm、1.6mm、2.9mmであった。この降雨により、浸水深さ10~15cm、床上2戸、床下38戸の浸水被害が上流部で発生した。

このケースについて解析した結果を図-5、図-6に示す。図-5はそのときの降雨パターン、各管渠内の水位、水頭の時間変化(図中の破線はその地点の地表面、一点鎖線は管渠の天端、数字は図-4の管渠番号、長さは各ブロックの上流端よりの距離)、ポンプ井の水位変化(破線は観測値)及び実運転データに基づいて起動したポンプの全吐出量の変化である。それらは降雨開始より330分間の変化を示している。図-6は、各時刻の水位、水頭の導水勾配、実際に観測された水位上昇の痕跡を示し実線は等価管渠と地表面を示している。

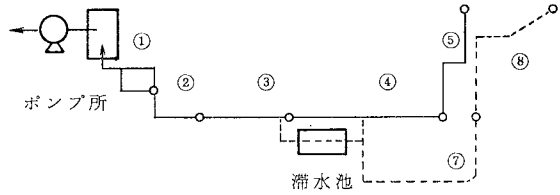


図-4 下水幹線平面図

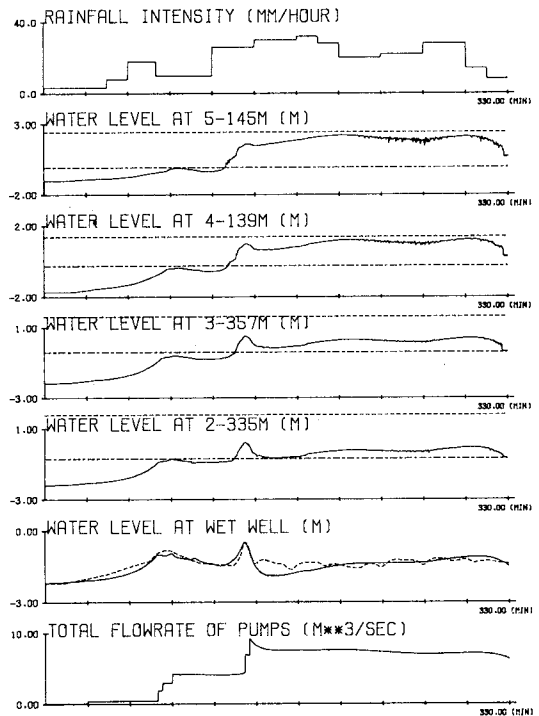


図-5 浸水現象の再現(時間変化)

表-1 モデル定数

流出率	0.5
減水率	0.7
凹地貯留量	1.0 mm
汚水量	0.5 mm/h
粗度係数	満水時0.01
(線形補間)	水深0時0.015

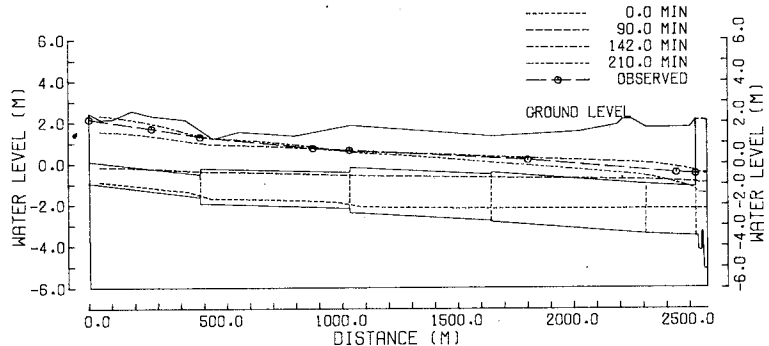


図-6 浸水現象の再現(導水勾配)

図-5の管渠内の時間変化をみると、最初開水路状態であったが降雨量の増加により満流状態に変化して行く状況が良くわかる。ポンプ井水位においても、降雨の前半における水位の上昇と2つのピークの出現や後半における降雨量の変化にかかわらず水位に大きな変化がみられない点など、解析結果と観測値が良く一致している。特に、後半における現象は上流部で氾濫が生じ地表で雨水の貯留が起っていることによる。この現象を「流入氾濫モデル」で良く記述していることがわかる。図-6に示された水位の上昇は痕跡の観測結果と良く一致している。又、導水勾配線が一部で地表面より上昇し、その部分で氾濫の発生を示している。これらの解析結果から、我々の開発したモデルの有効性が確認できる。

4. モデルの応用

我々はこのモデルの応用として、当地区に管渠の増設と滞水池を新設した場合の効果について検討を行った。(図-4の破線参照) 滞水池はその中央を雨水が流下し、水位が上昇すると両側に越流し貯留が行われる構造とした。計画降雨パターンは当地区の降雨記録に基づき、確率10年のタルボット型を想定した。汚水量は1mm/hとした。

$$I_t = 3472 / (t + 18.9) \quad (3)$$

解析結果を図-7、図-8に示す。出力は前と同じであるが、図-7の滞水池の水位変化の一点鎖線は越流せきのせき頂である。これらの結果より、滞水池上流側の旧管渠で一部満流になる部分はあるが氾濫は生ぜず、これらの施設は浸水解消に十分効果のあることがわかる。この様に、施設の容量や設置場所、せきの高さなど総合的な検討が可能である。

5. まとめ

雨水流出量の制御は汚濁物質の流出抑制とも密

接な関連をもち重要な課題である。しかし、雨水流出時に生じる氾濫現象や管渠の満流・非満流現象を扱ったモデルはほとんどない。我々はそれらの現象も含む数学モデルを開発し、その有効性を確認した。これにより、管渠内の流下状況を把握し、降雨に応じた下水道施設の設計、運用、制御解析が可能となった。

参考文献

- (1) 弘元・土井：タンクモデルによる都市域の雨水流出解析，第13回下水道研究発表会講演集（昭51）
- (2) 白石ほか：暗キョにおける満流・剝離現象の数理モデルによる流況解析，農士学会講演集（昭50）
- (3) David C.Wiggert, Transient Flow in Free-surface, Pressurized Systems, ASCE, 98, No. HY1, Jan, 1972

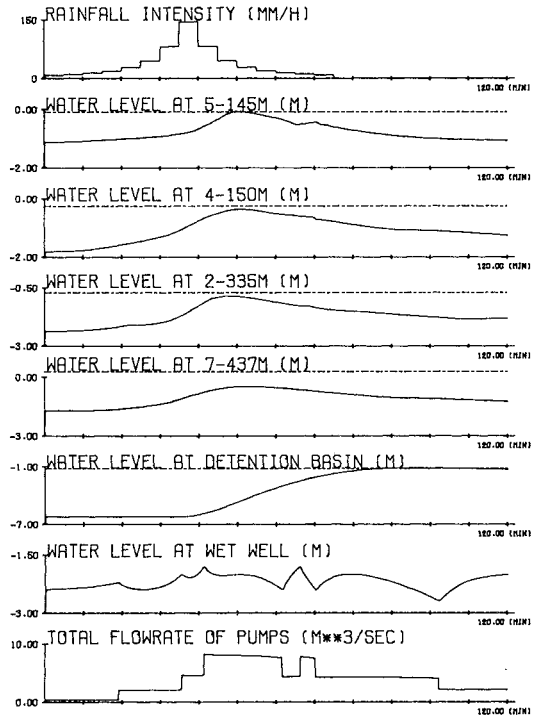


図-7 浸水対策の効果(時間変化)

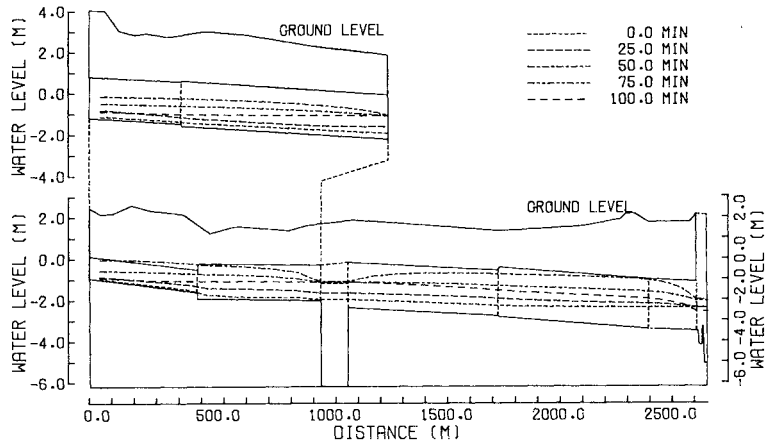


図-8 浸水対策の効果(導水勾配)