

[10] 開水路流量計測における一考察

(株)日立製作所 那珂工場 ○植松 誠 福永正雄

1. 緒言

下排水処理の近代化に伴って流量計測の研究開発は次第に開水路へと向けられるようになってきた。本報告は乱流かつ等流の円形断面水路の流量測定を水路の一部の弦流速と水位を測定して行う方法に関するものである。ここでは、十分に乱れた流れのプロファイルを数理的に扱いはる形にモデル化し、その条件のもとで最適流速検出位置と弦流速-平均流速変換補正係数を数理的に求める。そしてその結果を用いて一実験水路での流量測定を行い、下排水で用いられる一般のコンクリート仕上げ水路では、この方法が十分実用性をもつことを示す。

2. 測定原理と命題

図1に測定原理を示す。これは流速検出と水位検出に超音波を用い、特定の水深でのP-Q間平均流速(以下これを弦流速という)と流れの水位を検出する方法である。弦流速と水位の各信号は各々の変換器を介してマイクロプロセッサを用いた演算器に取り込まれ、一定の関数に従った演算を行って流量信号に変換される。

ここで必要なことは、弦流速と平均流速との間に一意的な関数関係が存在し、この関数がかもつ要素は水路の条件に対して一定であるか、又はあらかじめ定量的に与えることが望ましい。また、たとえそれが不可能でもその要素の不確定性は流量計測上無視できることが望ましい。

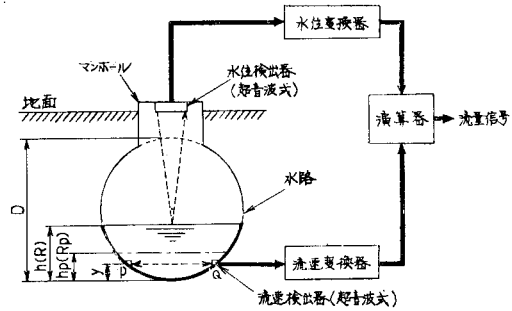


図1. 測定原理

3. 流速分布と平均流速

十分に乱れた流れの円形断面水路の流速分布は、Plandtle と Karman の理論及び Nikuradse の実験値 8.48 を用いて (1) 式で与えられている。

$$U_y = \sqrt{gRI} \left(8.48 + \frac{1}{K} \ln \frac{y}{k} \right) \quad (1)$$

ここで、 U_y : 水路壁から管軸中心に向って距離 y での点流速で、等流線は管軸を中心とした同心円状である。
 g : 重力の加速度、 I : 動水勾配、 K : Karman の定数 = 0.4、 k : 水路壁の粗さで、凹凸の平均的高さを表わす。
 R : 径深といひ、流れの断面積と潤辺の長さとの比で、円形断面水路では (2) 式で表わされる。ここで

$$R = \frac{D}{4} \left\{ 1 - \frac{2(1-2h/D) \sqrt{h/D(1-h/D)}}{\cos^{-1}(1-2h/D)} \right\} = \frac{D}{4} R_0 \quad (2)$$

D : 水路内径、 h : 水位、 R_0 : 規準化径深で $h/D=0.5$ と 1 (半水位と満水位) で 1 である。

(1) 式の定数 8.48 は満水位下で得られた値である。開水路では自由水面の存在が流速分布に変化を与えると考えられるが、ここでは開水路でも管軸中心の等流速分布とし、(1) 式が成り立つものとする。

この条件での P-Q 間弦流速 \bar{U}_y は (1) 式を積分平均して得られ、(3) 式で与えられる。ここで積分の下限は、

(1) 式のかっこ内が零となる $y = 0.0336k$ とした。 $F(y/D)$ は y/D の関数で y は D に対し規準化されている。

$$\bar{U}_y = \sqrt{gRI} \left(5.98 + \frac{1}{K} F\left(\frac{y}{D}\right) + \frac{1}{K} \ln \frac{y}{k} \right) \quad (3)$$

平均流速 U_{av} は、 $R = D/4$ 以外で初等関数的な積分が不可能なため、不定数 A_n と径深 R を用いて (4) 式で表わし、 U_{av} 及び A_n は数値積分で求める。ここで 6.46 は $R = D/4$ での定数で、この時 $A_n = 0$ である。

$$U_{avn} = \sqrt{gRI} \left(6.46 + A_n + \frac{1}{K} \ln \frac{R}{k} \right) \quad (4)$$

一方、平均流速式として広く利用されている Manning の実験公式があり、これを (5) 式に示す。

$$U_{avn} = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad (5)$$

ここで、 n : Manning の粗度係数といい、 k と R の関数で無次元量である。

4. 弦流速と平均流速との関係

本計測法の課題は弦流速を平均流速又は流量に一意的に変換することであり、その目標は、乱流でかつ等流下の流量計測を精度良く行うために計測困難な要素を極力消去することにある。そのためには精度の高い平均流速値を得ることが必要である。平均流速を表わす (4)、(5) 式がもつ不確定でしかも計測困難な要素は I 、 k 、 n 、 A_n である。計測の手段として水位のほか部分流速を導入する第一の目的は動水勾配 I の影響をなくすことである。前記の \bar{U}_y 、 U_{av} 、 U_{avn} を表わす式はいずれも I を同一の形で含むので I は消去できる。しかし、いずれの式の組合せでも k 、 n 、 A_n のいずれか二つが残る。したがってこれらの扱いが重要となる。

4.1 流速検出位置の選定

流速検出位置は $R = D/4$ で (3)、(4) 式が等しくなる位置を目安とした。この時の位置 y は k 、 n 、 A_n 、 D に無関係に $0.23D$ であり、弦流速 $\bar{U}_{0.23D}$ は (6) 式となる。(6) 式は $R = D/4$ の (4) 式と一致し、この時の $U_{av}/U_{0.23D}$

$$\bar{U}_{0.23D} = \sqrt{gRI} \left(3.0 + \frac{1}{K} \ln \frac{D}{k} \right) \quad (6)$$

は I 、 k 、 n 、 A_n 、 D に無関係に 1 となるから、一つの最適流速検出位置である。

4.2 弦流速 - 平均流速変換式と補正係数

流速検出器を $y = 0.23D$ に設定した場合の弦流速と平均流速との関係は (4)、(6) 式から (7) 式となる。

$$U_{avn} = \frac{6.46 + A_n + \frac{1}{K} \ln(R/k)}{3.0 + \frac{1}{K} \ln(D/k)} \cdot \bar{U}_{0.23D} \equiv K_c \cdot \bar{U}_{0.23D} \quad (7)$$

また、Manning の公式を用いると、(5)、(6) 式から (8) 式を得る。

$$U_{avn} = \frac{(D/4)^{1/6}}{n \sqrt{g} \left\{ 3.0 + \frac{1}{K} \ln(D/k) \right\}} \cdot R_0^{1/6} \cdot \bar{U}_{0.23D} \quad (8)$$

この他、(4)、(5)、(6) 式を用い、 n と A_n を不確定要素とした方法が発表されているが、ここではその論文⁽²⁾に譲り、省略する。

5. 変換式と補正係数の検討

5.1 k の値と変換誤差

(7) 式の K_c を、 D/k をパラメータに数値計算で求めると、図 2 の実線となる。したがって水路ごとに k が定まれば、図 2 によって水路ごとに補正係数を与えることができる。しかしこの値を適用水路ごとに求めることは実用的でない。文献⁽³⁾によれば、下排水で多く用いられるコンクリート仕上げ水路では $k = 0.01 \times 10^{-3} \sim 0.6 \times 10^{-3} \text{ m}$

である。この範囲での変換誤差は、図2によれば、内径0.5m、水位0.23D以上では、kの値としてKcが上記kの範囲で中間値となるように設定することにより±1.5%以内におさまることになる。

この結果は、水路壁の粗さがかなりの幅で与えられても変換誤差が少いことを示し、全水位にわたる流量計測時のフルスケール誤差でみるとさらに少い誤差となる。また、 $R=D/4$ ではk、Dに無関係である。

5.2 実水路のKc, An, kについて

実水路では、水面の存在がKc, Anの値を変化させ、径深によつてもその影響が異なるはずである。今、飽くまでもkを水路壁の凹凸の平均の高さを表わすとすれば、水面の影響のしわ寄せはAnに現われ、反対にAnを純然たる幾何学的定数とすれば、そのしわ寄せはkに現われる。一般には後者で扱

われ、kは k_0 など別の記号で与えられる。したがって、今後実水路でkとRをパラメータに k_0 を実測できれば、実水路のKc曲線が得られる。しかし、後記する実測結果及びnを用いて論じた他の文献などによれば、5.1の考察と合せ、この点の細かい詰めは余り実用上の意味はないように思われる。

5.3 Manningの公式を用いた場合の補正係数

Manningの公式から得られる平均流速と対数式から得られる平均流速が一致するとすれば、(4)、(5)式からnとAn, k, Rの関係が得られる。そして、nはkとRの関数であるが、nの値としてすべての水位に対して $R=D/4$ の時の値で代表してみると、(8)式の分数項は常に1となり、補正係数は $Ro^{1/6}$ となる。しかし、実際には水位の依存性を考えなければならないこと及び補正係数が $R=D/4$ で1であることを考え、この補正係数を $Ro^{1/a}$ と置いてみる。そして $Ro^{1/a}$ をグラフ化すると図2の点線となり、 $D/k \geq 10^3$ 、 $k=0.3 \sim 0.7D$ の一般的水路の範囲では、 $Ro^{1/a}$ を補正係数としても差支えなさそうである。

この方法は、 Ro が規準化されているので、 Ro は演算器に固定でき、水路ごとに D/k で決まるaだけを設定すればすむ利点がある。

6. 流速検出器以下の水位と全水位での測定

以上、弦流速の平均流速変換方法について述べたが、水位が0.23D以下では流速検出が不可能である。したがって、それ以下の水位では水位検出だけで平均流速を求めるほかない。そこで、この領域ではManningの式を利用する。その方法は、水位が低下して流速検出器を通過する直前(図1のhpで実際には安定な流速検出のため $hp=0.3D$ としている)で、その時のP-Q間弦流速から得られた平均流速を演算器内に記憶させ、この値と水位測定値を用いて演算処理する。その演算は、 $U_{av} = (R/R_p)^{2/3} U_{avp}$ で与えられ、n, Iの不確定要素が消去されているから0.3D以上の水位時と同程度の精

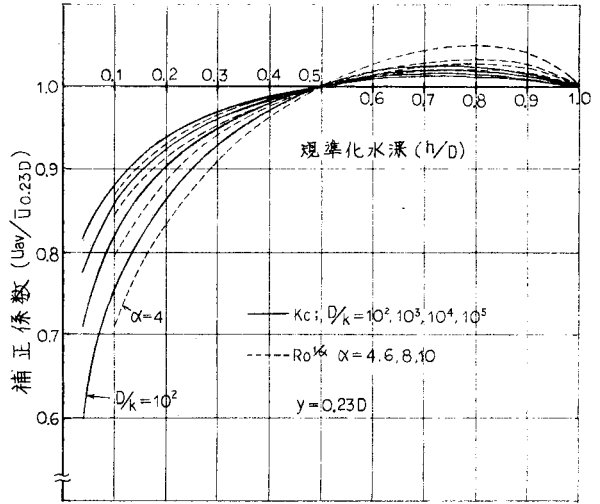


図2. 補正係数曲線(計算値)

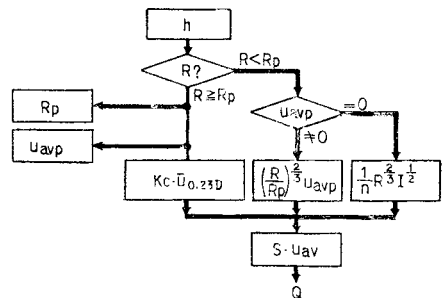


図3. 全水位測定のプロチャート

度が得られる。ここで $R_p; h = 0.3D$ の径深, $U_{avp}; h = 0.3D$ で記憶された平均流速である。また水位が一度も $0.3D$ 以上に達しない場合でも, 予測 I, n を用い, Manning 式だけで計測できるようにしている。以上の動作のフローチャートを図 3 に示す。

7. 実験水路での実測例

上記超音波式開水路流量計を用い, 内径 0.305m 長さ 1.0m の鋼管水路で実測した。図 4 は超音波式流速検出器で得た $\bar{U}_{0.23D}$ の値で, 実線は (6) 式の計算値。図 5 は流量出力特性で電磁電量計との比較で示した。この水路の n は半水位での測定値で約 0.0104 , $k_s = 3.4 \times 10^{-4}\text{m}$, $I = 0.007$, $K_c = D/k = 10^3$ を用いた。

8. 結 言

以上, 乱流, 等流下の円形断面水路の流量計測を弦流速と水位計測で行うに当たり, 流れのモデル化を行い, 弦流速の平均流速への変換補正係数及び水路径や粗度による誤差につき数理的に考察し, この結果を用いて一実験水路で実測した。この結果, モデル化水路での最適流速検出位置は水路底から $0.23D$ であり, 実験水路での弦流速はモデル化水路の計算値とよく一致した。流量特性は $\pm 2 \sim \pm 3\%$ FS であった, 以上の結果は K_c でみると D/k の $10^{-3} \sim 10^{-6}$ の範囲でばらついていることを示す。これは実水路での流れの安定性及び内径 0.3m という小水路故の水位計, 流速計の安定性に依存しているものと思われる。これは必然的に流量計測の許容精度を $\pm 3\%$ FS 程度とすることになり, コンクリート水路や新しい鋼管水路では, 確度の高い k の値は不必要ということを示す。そしてこの範囲では補正係数として $Ro^{1/4}$ を用いても良いことを示し, 粗度 n として k を基準とした R に対する補正を含ませているので, n を一定とした扱いに比べより実的であると思われる。

9. 参考文献

- 1) Garbis H. Keulegan; 'Laws of Turbulent Flow in Open Channels' Part of Journal of Research of NBS. 21, 707(1938)
- 2) 山本外; '超音波による下水, 排水流量の一測定方式' 計測と制御 14, 564(1978)
- 3) 土木学会水理公式集改訂委員会: 水理公式集, 昭 38, 土木学会

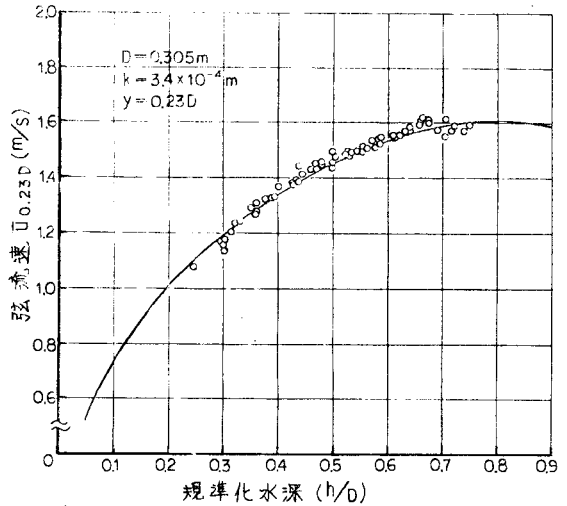


図 4. 弦流速の計算値と実測値

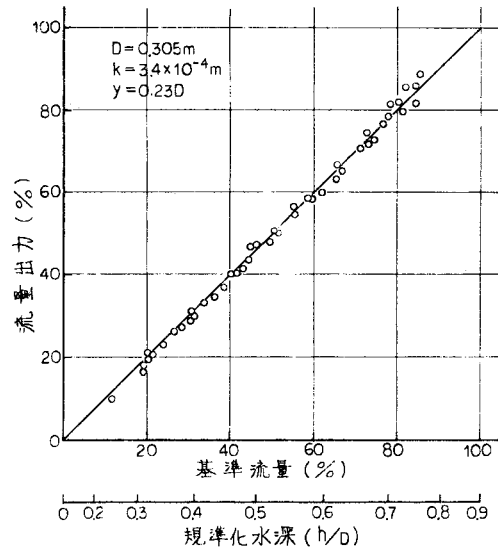


図 5. 流量計出力特性